

Zagadnienia do egzaminu¹ z analizy (kierunek *Elektrotechnika* II semestr, 2025)

1. **Całka Riemanna:** definicja całkowalności w sensie Riemanna, liniowa i monotoniczna zależność od funkcji podcałkowej, addytywność wzgl. drogi całkowania. Pochodna wzgl. zmiennej x z całki $\int_a^x f(t) dt$ (dla f ciągłej), związek $\int_a^b f(t) dt$ z funkcją pierwotną.
2. **Zastosowania całek:** (bez wyprowadzania) wzory na pole trapezu krzywoliniowego, długość łuku krzywej klasy C^1 , objętość bryły obrotowej i pole jej powierzchni bocznej.
3. **Całki niewłaściwe:** definicja zbieżności $\int_a^b f(t) dt$ w przypadku, gdy $b =$ punkt niewłaściwy, kryterium porównawcze, warunek Cauchy'ego. Kryterium całkowe zbieżności szeregow liczbowych.
4. **Iloczyn skalarny,** norma euklidesowa (czyli norma pochodząca od iloczynu skalarnego) nierówność Schwarz'a. Norma średniokwadratowa $\|f\|_2$ dla funkcji $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Twierdzenie Pitagorasa.
5. **Ciągi ortonormalne,** współczynniki Fouriera wektora (np. funkcji) względem układu ortonormalnego. Tożsamość Parsevala (w przypadku baz ortonormalnych lub dla układu trygonometrycznego).
6. **Układ trygonometryczny.** Wzory na współczynniki w szeregu Fouriera, przypadek funkcji parzystych /nieparzystych, Warunek Dirichleta, twierdzenie o zbieżności szeregu w danym punkcie.
7. **Pochodne cząstkowe,** wyrażenie przy ich pomocy przyrostu (czyli wartości $f(x+h, y+k) - f(x, y)$) dla funkcji 2 zmiennych o wartościach w $\mathbb{R}$. Gradient jako kierunek maksymalnego wzrostu.
8. **Granica funkcji** w punkcie $P_0 \in \mathbb{R}^n$, ciągłość funkcji wielu zmiennych, **różniczkowalność.** Ciągłość pochodnych cząstkowych a różniczkowalność f . **Różniczka zupełna** jako odwzorowanie liniowe, macierz Jacobiego. Twierdzenie o różniczkze złożenia, wzór na pochodną typu $\frac{d}{dt}f(x(t), y(t))$, gdy funkcje $f(x, y), x(t), y(t)$ - są różniczkowalne w odpowiednich punktach.
9. **Ekstremum lokalne** -definicja. Warunek konieczny na ekstremum lokalne w punkcie P (w terminach gradientu: $\nabla_P f$). Macierz Hessego. Warunek wystarczający na ekstremum lokalne dla funkcji klasy C^2 zależnej od n zmiennych.
10. **Twierdzenie o funkcjach uwikłanych,** warunek na ekstremum lokalne takiej funkcji. Ekstremum warunkowe- sformułowanie twierdzenia o warunku koniecznym na ekstremum warunkowe (z funkcją Lagrange'a).
11. **Całki podwójne,** ich sumy całkowe, własności całki. Twierdzenie o iterowaniu w przypadku całki po obszarze normalnym.
12. **Całki krzywoliniowe:** definicje całki skierowanej i nieskierowanej. Oszacowanie modułu całki skierowanej. Wzór Greena.
13. **Całka powierzchniowa** (wzór). Strumień pola wektorowego przez powierzchnię zorientowaną. Wzór Ostrogradskiego-Gaussa. Wzór Stokesa.

¹Jeżeli czegoś nie zdążę na wykładzie, to te punkty usunę z listy