

## Zestaw 2 - Granice i ciągłość funkcji

1. Oblicz (jeżeli istnieją) granice funkcji i ciągu:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 9x + 20}, & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}, \\
 \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt[3]{x^3-3}}{x - \sqrt{x^2-x}}, & \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}, \\
 \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}, & \text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-3x}, \\
 \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \cos x, & \text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}. \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x \cdot 4x, & 
 \end{array}$$

2. Znajdź granicę lewostronną i prawostronną funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$ , gdzie

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1}, \quad x_0 = 0.$$

3. Zbadaj ciągłość w całej dziedzinie następującej funkcji:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases},$$

4. Dobierz  $a, b \in \mathbb{R}$  tak, żeby funkcja

$$f(x) = \begin{cases} 2 + 4^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ \frac{\operatorname{arctg} x}{ax}, & x > 0 \\ b, & x = 0. \end{cases},$$

była ciągła na  $\mathbb{R}$ .

5. Znajdź asymptoty (o ile istnieją) następującej funkcji

$$f(x) = \frac{x}{x - 3\sqrt{x^2 - 1}}.$$