

**Zestaw 6 - Zastosowania rachunku różniczkowego, cz. II**

1. Znajdź najmniejszą objętość stożka opisanego na kuli o promieniu  $R$ .
2. Znajdź wymiary walca o największej objętości wpisanego w kulę o promieniu  $R$ .
3. Wyprowadź wzór Maclaurina dla funkcji  $f(x) = \cos x$ .
4. Wyprowadź wzór Maclaurina dla funkcji  $f(x) = \sin x$ .
5. Napisz wzór Taylora z resztą Lagrange'a dla następujących funkcji:
  - a)  $f(x) = \ln x$ ,  $x_0 = e$ ,  $n = 4$ ,
  - b)  $f(x) = e^{\cos x}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $n = 2$ ,
  - c)  $f(x) = x^3$ ,  $x_0 = 1$ ,  $n = 5$ ,
  - d)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $n = 2$ .
6. Obliczyć wartość  $\cos^2 0,2$  z dokładnością do  $10^{-4}$ , wykorzystując rozwinięcie funkcji  $\cos^2 x$  we wzór Maclaurina.
7. Obliczyć wartość  $e^{-0,25}$  z dokładnością do  $10^{-2}$ .
8. Obliczyć wartość  $\ln(1,2)$  z dokładnością do  $10^{-3}$ .
9. Obliczyć wartość  $\sqrt{101}$  z dokładnością do  $10^{-3}$ .
10. Oszacuj błąd wzoru przybliżonego  $\sin x \approx x - \frac{1}{6}x^3$  dla  $|x| \leq \frac{1}{2}$ .
11. Dla jakich  $x$  odpowiedni wielomian  $w$  przybliży daną funkcję z dokładnością do  $\frac{1}{100}$ :
  - a)  $f(x) = \sin x$ ,  $w(x) = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$ ,
  - b)  $f(x) = \cos x$ ,  $w(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$ .