

Zestaw 9 - Zastosowania rachunku całkowego

1. Oblicz pole obszaru ograniczonego:

a) krzywą $(x^2 + y^2)^2 = 2xy$, zawartego wewnątrz okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = \sqrt{2}x$,

b) pętlą zadaną parametrycznie $x = 3t^2, y = 3t - t^3$, gdzie $-\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{3}$.

2. Oblicz długość krzywej:

a) będącej łukiem cycloidy $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$, gdzie $t \in [0; 2\pi]$,

b) $r(\varphi) = \cos^3(\frac{\varphi}{3})$. Narysuj tę krzywą.

3. Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu dookoła osi OX krzywej $y = e^{-x} \sin x$, dla $x \geq 0$.

4. Oblicz pole powierzchni bryły powstałej z obrotu krzywej $y = \frac{x^2}{2}$ dookoła osi OX, dla $x \in [0; 1]$.

5. Oblicz pole powierzchni bryły powstałej z obrotu dookoła osi OX krzywej zadanej parametrycznie: $x = e^t \sin t, y = e^t \cos t$, gdy $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$.

6. Obliczyć długość krzywej danej wzorem $f(x) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^x \sqrt{\cos t} dt$.