

**Zadania dodatkowe - Zastosowania rachunku całkowego**

1. Oblicz pole obszaru ograniczonego:

a) wykresem funkcji  $f(x) = \frac{2x^4+4x^2+x+1}{x^4+2x^2+1}$  oraz jej asymptotą,

b) krzywymi  $y^2 = 2ax$  oraz  $x^2 = 2y$ ,

c) krzywą o równaniu  $r = \cos(3\varphi)$ ,

d) elipsą o równaniu  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ ,

e) ograniczonego asteroidą  $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ .

2. Oblicz długość krzywej:

a)  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ ,

b)  $y = e^x$  dla  $x \in [0, 1]$ ,

c)  $r(\varphi) = a(1 + \cos \varphi)$ . Narysuj tę krzywą.

3. Krzywa o równaniu  $y = \cos 2x$  obraca się wokół osi odciętych. Oblicz objętość jednej bryły otrzymanej w ten sposób.

4. Oblicz objętość bryły powstałej z obrotu dookoła osi OX krzywej  $y = \frac{1}{x^2+1}$ .

5. Oblicz pole powierzchni bryły powstałej z obrotu dookoła osi OX jednego łuku cykloidy  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$ .

6. Oblicz pole powierzchni bryły powstałej z obrotu dookoła osi OX krzywej  $y = e^{-x}$ , gdzie  $x \in [0, 1]$ .