9 listopada 2022 r.

Kolokwium 1 - Analiza matematyczna

Informatyka, WIET

Grupa A

Suma punktów: **30**.

1. **(6p.)** Udowodnij korzystając z indukcji matematycznej

$$\forall n \geqslant 5 \quad 2^n \geqslant n^2 + 3.$$

2. **(15p.)** Znajdź granicę (właściwą lub niewłaściwą) ciągu:

   a) $a_n = \dfrac{n^{4n}}{(4n)!} \cdot (-1)^{n^2}$,

   b) $b_n = \left(\dfrac{n^2+n-1}{\sqrt{3n^4-n}}\right)^{n^2+1}$,

   c) $c_n = \left(1 - \sin\left(\dfrac{1}{n^2}\right)\right)^{n^2}$,

   d) $d_n = \dfrac{n+1}{n^2+1} + \dfrac{n+\sqrt{2}}{n^2+2} + \ldots + \dfrac{n+\sqrt{n}}{n^2+n}$,

   e) $e_n = \dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{3 \cdot 5} + \dfrac{2}{5 \cdot 7} + \ldots + \dfrac{2}{(2n-1)(2n+1)}$.

3. **(9p.)** Dla danego ciągu rekurencyjnego wykaż, że jest zbieżny (korzystając z odpowiedniego twierdzenia), a następnie oblicz jego granicę.

$$a_1 = -2, \qquad a_{n+1} = \frac{8+3a_n}{3+a_n}, n \geqslant 1$$

Powodzenia!

9 listopada 2022 r.

Kolokwium 1 - Analiza matematyczna
Grupa B
Suma punktów: 30.

1. **(6p.)** Udowodnij korzystając z indukcji matematycznej
$$\forall n \geqslant 2 \quad 3^n > 2^n + n^2.$$

2. **(15p.)** Znajdź granicę (właściwą lub niewłaściwą) ciągu:

   a) $a_n = \left(1 + \operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right)\right)^n$,

   b) $b_n = \left(\frac{3n^2 - 2n + 1}{\sqrt{4n^4 + 2n}}\right)^{2n-1}$,

   c) $c_n = \frac{3^n \cdot (n!)^2}{n^{2n}} \cdot (-1)^{3n+1}$,

   d) $d_n = \frac{3}{4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \ldots + \frac{3}{(3n-2)(3n+1)}$,

   e) $e_n = \frac{n^2 + 1}{n^3 + n} + \frac{n^2 + 2}{n^3 + 2n} + \ldots + \frac{n^2 + n}{n^3 + n^2}$.

3. **(9p.)** Dla danego ciągu rekurencyjnego wykaż, że jest zbieżny (korzystając z odpowiedniego twierdzenia), a następnie oblicz jego granicę.
$$a_1 = -3, \qquad a_{n+1} = \frac{24 + 5a_n}{5 + a_n}, n \geqslant 1$$

Powodzenia!