

Kolokwium 1 - Analiza matematyczna*Informatyka, WI*

Grupa A

Suma punktów: **30**.

1. (2p.) Oblicz $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arcsin\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \cos\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

2. (5p.) Udowodnij korzystając z indukcji matematycznej

$$\forall n \in \mathbb{N}_+ \quad 7 \mid 4^{n+1} + 5^{2n-1}.$$

3. (14p.) Znajdź granicę (właściwą lub niewłaściwą) ciągu/funkcji:

a) $a_n = \operatorname{arcctg}\left(\frac{-n^3}{2n-1}\right)$,

b) $b_n = \left(\frac{3n^2 + 2n + 5}{5\sqrt{n^4 + n^3}}\right)^{n!}$,

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + \sin(2^x))^{2^{-x}}$,

d) $d_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{2}{2+n^2} + \dots + \frac{n}{n+n^2}$,

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x-2)}{x-3}$.

4. (9p.) Dla danego ciągu rekurencyjnego wykaż, że jest zbieżny (korzystając z odpowiedniego twierdzenia), a następnie oblicz jego granicę.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{4a_n}{3 + 3a_n}, n \geq 1$$

Powodzenia!

Kolokwium 1 - Analiza matematyczna*Informatyka, WI*

Grupa B

Suma punktów: 30.

1. (2p.) Oblicz $\arccos\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)\right) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \sin\left(\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

2. (5p.) Udowodnij korzystając z indukcji matematycznej

$$\forall n \in \mathbb{N}_+ \quad 7|6^{2n-1} + 2^{3n}.$$

3. (14p.) Znajdź granicę (właściwą lub niewłaściwą) ciągu/funkcji:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + \operatorname{tg}(3^x))^{3^{-x}},$

b) $b_n = \left(\frac{7n^2 + 2n - 3}{4\sqrt{n^4 - n}}\right)^{\sqrt{n}},$

c) $c_n = \operatorname{arcctg}\left(\frac{n^2}{n+1}\right),$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-1)}{x-2},$

e) $e_n = \frac{1}{2n^2-1} + \frac{2}{2n^2-2} + \dots + \frac{n}{2n^2-n}.$

4. (9p.) Dla danego ciągu rekurencyjnego wykaż, że jest zbieżny (korzystając z odpowiedniego twierdzenia), a następnie oblicz jego granicę.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{5a_n}{4 + 4a_n}, n \geq 1$$

Powodzenia!