

14 grudnia 2022 r.

Kolokwium 2 - analiza matematyczna

Informatyka, WIET

Grupa A

Suma punktów: **35**.

1. **(10p.)** Udowodnij poniższą nierówność dla $x > 0$

$$\ln(1+x) < \frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

2. **(11p.)** Wyprowadź wzór Maclaurina dla funkcji $f(x) = \sqrt{1+4x}$.

- a) Udowodnij, że dla każdego $x \in (0, \infty)$ zachodzi nierówność $\sqrt{1+4x} > 1 + 2x - 2x^2$.
b) Oszacuj dokładność wzoru przybliżonego $\sqrt{1+4x} \approx 1 + 2x - 2x^2$ dla $|x| < 0,01$.

3. **(9p.)** Znajdź wszystkie asymptoty wykresu funkcji $f(x) = (x+2) \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$.

4. **(5p.)** Znajdź (o ile istnieją) punkty przegięcia oraz przedziały wypukłości i wklęsłości dla funkcji $f(x) = (x-5)e^{\frac{1}{x-5}}$.

Powodzenia!

14 grudnia 2022 r.

Kolokwium 2 - analiza matematyczna

Informatyka, WIET

Grupa B

Suma punktów: **35**.

1. **(10p.)** Udowodnij poniższą nierówność dla $x > 0$

$$xe^{\frac{x}{2}} < e^x - 1$$

2. **(11p.)** Wyprowadź wzór Maclaurina dla funkcji $f(x) = \sqrt{4 + 2x}$.

a) Udowodnij, że dla każdego $x \in (0, \infty)$ zachodzi nierówność $\sqrt{4 + 2x} > 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{16}$.

b) Oszacuj dokładność wzoru przybliżonego $\sqrt{4 + 2x} \approx 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{16}$ dla $|x| < 0, 1$.

3. **(9p.)** Znajdź wszystkie asymptoty wykresu funkcji $f(x) = (x - 1) \ln \left(\frac{x - 1}{x + 1} \right)$.

4. **(5p.)** Znajdź (o ile istnieją) punkty przegięcia oraz przedziały wypukłości i wklęsłości dla funkcji $f(x) = (x + 3)e^{\frac{1}{x+3}}$.

Powodzenia!