

20 grudnia 2023 r.

Kolokwium 2 - analiza matematyczna

Informatyka, WI

Grupa A

Suma punktów: **35**.

1. **(8p.)** Sprawdź dla jakich x zachodzi równość

$$2\arctg x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

2. **(9p.)** W okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = R^2$ wpisujemy trapez, w taki sposób, aby średnica okręgu była dłuższą podstawą trapezu, a trapez znajdował się w I i IV ćwiartce układu współrzędnych. Wyznacz wymiary trapezu o największym polu. Narysuj odpowiedni rysunek.

3. **(6p.)** Dana jest funkcja $f(x) = \sin x$ oraz wielomian $w(x) = x - \frac{x^3}{6}$.

- a) Dla jakich x wielomian w przybliża funkcję f z dokładnością 10^{-3} ?
b) Oszacuj dokładność wzoru przybliżonego $\sin x \approx w(x)$ dla $|x| < 0,02$.

4. **(8p.)** Znajdź wszystkie asymptoty wykresu funkcji $f(x) = 2xe^{-\frac{1}{x}}$.

5. **(4p.)** Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

Powodzenia!

Kolokwium 2 - analiza matematyczna

Informatyka, WI

Grupa B

Suma punktów: **35**.

1. **(8p.)** Sprawdź dla jakich x zachodzi równość

$$2\arctg x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = -\pi$$

2. **(9p.)** W okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = R^2$ wpisujemy trapez, w taki sposób, aby średnica okręgu była dłuższą podstawą trapezu, a trapez znajdował się w I i II ćwiartce układu współrzędnych. Wyznacz wymiary trapezu o największym polu. Narysuj odpowiedni rysunek.

3. **(6p.)** Dana jest funkcja $f(x) = \cos x$ i wielomian $w(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$.

- a) Dla jakich x wielomian w przybliża funkcję f z dokładnością 10^{-3} ?
b) Oszacuj dokładność wzoru przybliżonego $\cos x \approx w(x)$ dla $|x| < 0,02$.

4. **(8p.)** Znajdź wszystkie asymptoty wykresu funkcji $f(x) = 3xe^{\frac{1}{x}}$.

5. **(4p.)** Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}$.

Powodzenia!