17 kwietnia 2024 r.

Kolokwium I

Grafy i sieci, Matematyka, WMS

Wszystkie odpowiedzi należy uzasadnić! W odpowiedziach można powoływać się na twierdzenia i własności udowodnione na wykładzie oraz na ćwiczeniach.

Zadanie 1 (11 punktów). Digraf nazywamy r- *regularnym*, jeśli dla każdego wierzchołka v tego digrafu $d^+(v) = d^-(v) = r$. Udowodnij, że dla każdego n parzystego istnieje regularna orientacja grafu $K_{n,n}$. Czy każda regularna orientacja grafu $K_{n,n}$ ma jądro?

Zadanie 2 (14 punktów). Udowodnij, że digraf łukowy digrafu eulerowskiego jest hamiltonowski. Wykorzystując ten fakt, udowodnij że digraf Gooda $GD(r)$, dla $r \geqslant 3$, jest hamiltonowski.

Zadanie 3 (17 punktów). Podaj twierdzenie Meyniela. Dla każdego z trzech założeń tego twierdzenia, podaj przykład digrafu, który pokazuje jego istotność (digraf, który nie spełnia danego założenia, spełnia pozostałe założenia i nie jest hamiltonowski).

Zadanie 4 (8 punktów). Podaj przykład digrafu prostego, słabo spójnego D, który nie jest turniejem, którego digraf kondensacji $\widetilde{D}$ jest turniejem rzędu co najmniej 3. Czy każdy turniej będący digrafem kondensacji jest turniejem tranzytywnym?

Powodzenia!