

Zestaw 1 - Wprowadzenie

1. Czy prawdziwe jest stwierdzenie, że każdy digraf ma dwa wierzchołki tego samego stopnia? A digraf prosty?
2. Niech D będzie digrafem prostym o n wierzchołkach i m łukach.
 - a) Udowodnij, że jeśli D jest słabo spójny, to $n - 1 \leq m \leq n(n - 1)$,
 - b) Wyznacz ograniczenie na liczbę łuków digrafu silnie spójnego.
3. Znajdując odpowiednią orientację każdego z grafów: K_n , $n \geq 3$, $K_{r,s}$, $r, s \geq 2$, Petersena, wykaż, że jest on orientowalny.
4. Udowodnij, że w każdym turnieju T_n zachodzi równość

$$\sum_{v \in V(T_n)} (d^-(v))^2 = \sum_{v \in V(T_n)} (d^+(v))^2.$$

5. Wykaż, że w każdym turnieju na $n = 2k + 2$ wierzchołkach istnieje wierzchołek v , taki że $d^-(v) \geq k + 1$.
6. Udowodnij, że w dowolnym turnieju istnieje co najwyżej jedno źródło i co najwyżej jedno ujście.
7. Udowodnij, że w każdym digrafie istnieje centrum. Czym jest centrum w turnieju?
8. Udowodnij, że każdy turniej T_n , $n \geq 3$, jest silnie spójny lub wystarczy zmienić orientację jednego łuku aby otrzymać turniej silnie spójny.
9. Udowodnij, że istnieje dokładnie jeden z dokładnością do izomorfizmu turniej tranzytywny na n wierzchołkach.
10. Udowodnij, że istnieje dokładnie jeden z dokładnością do izomorfizmu turniej na n wierzchołkach, w którym wszystkie półstopnie wyjścia są różne. Co to za turniej?