

Zestaw 2 - Hamiltonowskość

1. Udowodnij, że digraf kondensacji \widetilde{D} dowolnego digrafu D :

- a) jest acykliczny,
- b) ma źródło oraz ujście.

Definicja 1. Digrafem łukowym digrafu D nazywamy digraf $L(D) = (V', A')$, którego:

- zbiorem wierzchołków jest zbiór łuków digrafu D , tzn. $V' = A$,
- dwa wierzchołki $a_1, a_2 \in V'$ stanowią łuk w digrafie $L(D)$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje $v \in V$: $a_1 = uv \in A \wedge a_2 = vw \in A$.

2. Kiedy digraf łukowy digrafu D ma wierzchołek izolowany? Czy istnieje turniej T_n , którego digraf łukowy jest spójny?
3. Udowodnij, że każdy turniej silnie spójny jest hamiltonowski. (Bez wykorzystania tw. Moona)
4. Udowodnij, że jeśli turniej ma cykl, to zawiera dwie ścieżki Hamiltona.
5. Udowodnij, że każdy silnie spójny digraf prosty rzędu n , który ma co najmniej $n^2 - 3n + 5$ łuków jest hamiltonowski.
6. Udowodnij, że każdy digraf prosty rzędu n , który ma więcej niż $(n - 1)^2$ łuków jest hamiltonowski. Scharakteryzuj wszystkie digrafy proste, które mają $(n - 1)^2$ łuków i nie są hamiltonowskie.