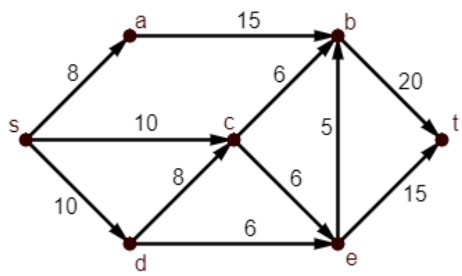
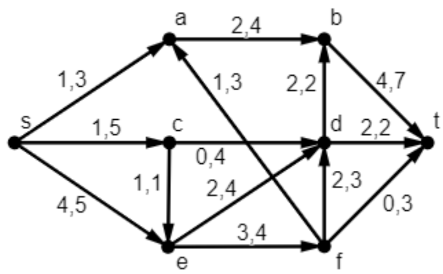
Zestaw 7 - Przepływy w sieciach

1. Stosują algorytm Forda-Fulkersona znajdź maksymalny przepływ i minimalny przekrój dla sieci z rysunku:

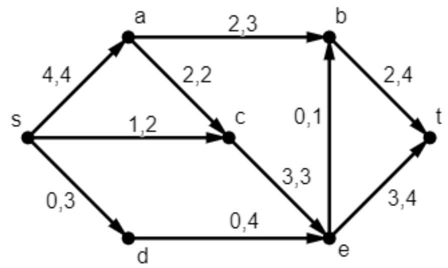
a)



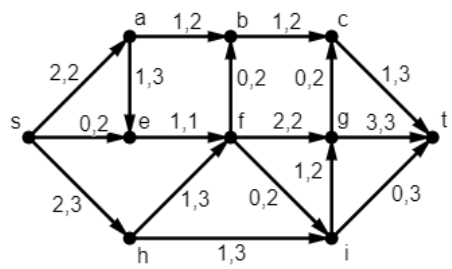
b)



c)



d)



2. Stosując algorytm Forda-Fulkersona sprawdź, czy istnieje digraf prosty D o następujących stopniach wierzchołków:
$d^+(x_1) = 2$, $d^+(x_2) = 0$, $d^+(x_3) = 2$, $d^+(x_4) = 1$,
$d^-(x_1) = 2$, $d^-(x_2) = 1$, $d^-(x_3) = 2$, $d^-(x_4) = 0$.

3. Rozważamy sieć z wyróżnionymi wieloma źródłami $s_1, \ldots, s_p$ i ujściami $t_1, \ldots, t_q$ oraz niech będą dane *wydajności* źródeł $a_1, \ldots, a_p \geqslant 0$ i *zapotrzebowania* ujść $b_1, \ldots, b_q \geqslant 0$ takie, że $a_1 + \ldots + a_p = b_1 + \ldots + b_q$. Podaj metodę znajdowania w takiej sieci przepływu f takiego, który realizuje wydajności wszystkich źródeł i zapotrzebowania wszystkich ujść.

4. Do problemu przepływu w sieci wprowadzamy dodatkowe ograniczenia polegające na tym, że dla każdego wierzchołka v różnego od s oraz t wartość przepływu wpływającego do v i wypływającego z v nie może przekraczać *przepustowości* $g(v)$ tego wierzchołka. Jak tak zmodyfikowany problem sprowadzić do klasycznego zagadnienia, bez przepustowości wierzchołków?

5. Niech D będzie orientacją grafu spójnego nie zawierającą łuku (s, t). Udowodnij, że największa liczba skierowanych dróg w D z s do t o parami rozłącznych zbiorach wierzchołków pośrednich jest równa najmniejszej liczbie wierzchołków pośrednich, po usunięciu których nie istnieje w D żadna skierowana droga z s do t.