

## Zestaw 1

1. Udowodnij tożsamości kombinatoryczne:

- a)  $\binom{n}{2} = \binom{k}{2} + k(n-k) + \binom{n-k}{2}$ , dla  $0 \leq k \leq n$ ,  
b) jeśli  $\sum_{i \in I} n_i = n$ , to  $\sum_{i \in I} \binom{n_i}{2} \leq \binom{n}{2}$ .

2. Dany jest graf  $G$  o  $n$  wierzchołkach. Niech  $t(G)$  oznacza liczbę trójkątów w grafie  $G$  oraz  $\overline{G}$  łącznie. Udowodnij, że

$$t(G) = \binom{n}{3} - m(n-2) + \sum_{v \in V(G)} \binom{d(v)}{2},$$

gdzie  $m = |E(G)|$ .

3. Podaj parametry: rząd, rozmiar, stopień minimalny, stopień maksymalny dla:

- a) hipergrafu pełnego,  
b) hipergrafu pełnego  $k$ -jednolitego  $K_n^k$ , gdzie  $1 < k < n$ .
4. Czy dla każdego hipergrafu  $\mathcal{H} = (V, \mathcal{E})$  i dla każdego wierzchołka  $v \in V$  zachodzi równość  $d(v) = |N(v)|$ ? Odpowiedź uzasadnij.
5. **Tw.** W dowolnym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.  
Zaproponuj uogólnienie powyższego twierdzenia dla hipergrafów 3-jednolitych.