

**Zestaw 2**

**Uwaga!** Każdy hipergraf w tym zestawie zawiera co najmniej 6 wierzchołków.

**Definicja.** *Ścieżką* w hipergrafie nazywamy ciąg  $v_1e_1v_2e_2v_3 \dots e_{n-1}v_n$ , gdzie  $v_i$  są parami różnymi wierzchołkami hipergrafu,  $e_i$  są parami różnymi krawędziami hipergrafu oraz dla każdego  $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$  zachodzi warunek  $\{v_i, v_{i+1}\} \in e_i$ .

**Definicja.** *Cyklem* w hipergrafie nazywamy ciąg  $v_1e_1v_2e_2v_3 \dots e_{n-1}v_n e_n v_1$ , gdzie  $v_i$  są parami różnymi wierzchołkami hipergrafu,  $e_i$  są parami różnymi krawędziami hipergrafu oraz dla każdego  $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$  zachodzi warunek  $\{v_i, v_{i+1}\} \in e_i$  oraz  $\{v_n, v_1\} \in e_n$ .

1. Podaj przykład hipergrafu, który nie jest grafem i wskaż w nim:
  - a) ścieżkę,
  - b) cykl.
2. Narysuj (lub uzasadnij, że jest to niemożliwe) dwa nieizomorficzne hipergrafy, które zawierają ścieżkę długości 3.
3. Narysuj (lub uzasadnij, że jest to niemożliwe) hipergraf prosty (bez wielokrotnych krawędzi), który zawiera cykl długości 2.
4. Niech  $\mathcal{H}$  będzie hipergrafem rzędu  $n$ , rozmiaru  $m$ , gdzie  $d(v)$  oznacza stopień wierzchołka w tym hipergrafie. Znajdź rząd, rozmiar i stopień każdego wierzchołka w dopełnieniu hipergrafu  $\mathcal{H}$ .

Hipergraf izomorficzny ze swoim dopełnieniem nazywamy **samodopełniającym**.

5. Podaj warunek konieczny istnienia hipergrafu samodopełniającego.
6. Narysuj przykład hipergrafu samodopełniającego.

**Zadania z wykładu:**

1. Udowodnij, że każdy graf jest grafem przecięć pewnego hipergrafu.
2. Udowodnij, że płaszczyzna Fana jest izomorficzna z  $S(2, 3, 7)$ .