

Zestaw 6

1. Rozważamy kolorowania wierzchołkowe hipergrafu, takie że każda krawędź hipergrafu jest tęczowa (każde dwa wierzchołki krawędzi mają różne kolory). Znajdź najmniejszą liczbę kolorów w takim kolorowaniu dla podanych hipergrafów.
 - a) K_n^k ,
 - b) system Steinera,
 - c) płaszczyzna Fana,
 - d) przestrzeń liniowa,
 - e) płaszczyzna rzutowa,
 - f) płaszczyzna afiniczna.

W pozostałych zadaniach rozważamy kolorowania właściwe hipergrafów w sensie zdefiniowanym na wykładzie.

3. Rozważamy hipergraf pełny k -jednolity.
 - a) Pokaż, że $\chi(K_n^k) \geq \lceil \frac{n}{k-1} \rceil$,
 - b) Wskaż kolorowanie właściwe dla $k = 2$, $k = n$, $k = n - 1$,
 - c) Pokaż, że $\chi(K_n^k) = \lceil \frac{n}{k-1} \rceil$.

Definicja Dla danego hipergrafu $H = (V, \mathcal{E})$ podzbiór S zbioru wierzchołków nazywamy *stabilnym*, jeśli nie zawiera on żadnej krawędzi hipergrafu H . *Stabilnością* hipergrafu nazywamy największą liczebność stabilnego zbioru wierzchołków.

Oznaczenie: $\alpha(H)$.

4. Znajdź parametry α i χ dla płaszczyzny Fana.
5. Udowodnij, że dla hipergrafu H rzędu n zachodzi $\chi(H) \geq \frac{n}{\alpha(H)}$.
6. Udowodnij, że jeśli H jest płaszczyzną rzutową dla parametru $p \geq 3$, to $\chi(H) = 2$.