

Kolokwium 1 - Hipergrafy

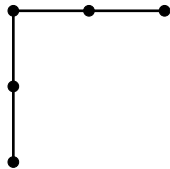
Suma punktów: 50.

1. (12p.) Podaj wraz z uzasadnieniem wskazane parametry dla poniższych hipergrafów.
- a) Niech $H = (V, \mathcal{E})$ będzie hipergrafem k -jednolitym rzędu n , rozmiaru m , o stopniu minimalnym δ oraz stopniu maksymalnym Δ . Hipergraf \overline{H}^k nazywamy **dopełnieniem jednolitym** hipergrafu H , gdy

$$V(\overline{H}^k) = V(H) \quad \mathcal{E}(\overline{H}^k) = \left\{ A \in \binom{V}{k} : A \notin \mathcal{E}(H) \right\}$$

Znajdź rząd, rozmiar, stopień minimalny i maksymalny hipergrafu \overline{H} .

- b) Znajdź stopnie wszystkich wierzchołków systemu Steinera $S(t, k, n)$.
2. (13p.) Udowodnij, że każda jednolita przestrzeń liniowa jest regularna. Czy twierdzenie odwrotne jest prawdziwe? Udowodnij lub podaj kontrprzykład.
3. (11p.) Stosując konwencję rysowania przestrzeni liniowych, narysuj trzy różne przestrzenie liniowe rzędu pięć, niebędące grafem, przestrzenią trywialną ani prawie trywialną. Narysuj hipergraf dualny dla poniższej przestrzeni liniowej rzędu 5. Narysuj graf przecięć dla poniższej przestrzeni liniowej rzędu 5.



4. (14p.) Hipergraf nazywamy **drzewem**, gdy jest spójny (każde dwa wierzchołki są połączone ścieżką) bez cykli. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Odpowiedź uzasadnij.
- a) Graf przecięć 3-jednolitego drzewa jest drzewem.
- b) Istnieje nietrywialna przestrzeń liniowa, która jest drzewem.
- c) Hipergraf dualny do hipergrafu jednolitego jest regularny.

Powodzenia!