

13 stycznia 2023 r.

## Kolokwium 2 - Hipergrafy

Suma punktów: 50.

1. **(10p.)** Podaj następujące parametry grafu Erdősa-Hajnala  $SH_n$ :

- a) rząd,
- b) rozmiar,
- c) liczba klikowa.

Odpowiedzi uzasadnij.

2. **(12p.)**

a) Udowodnij, że w dowolnym 103-elementowym podzbiorze zbioru

$$\{1001, 1002, 1003, \dots, 9997, 9998\}$$

są cztery liczby o takiej samej sumie cyfr.

b) Udowodnij, że w każdym hipergrafie rzędu  $n$ , rozmiaru co najmniej  $2^{n-1} + 1$  istnieją dwie krawędzie, z których jedna zawiera się w drugiej.

3. **(16p.)** Wyznacz liczbę  $R(\underbrace{2, 2, \dots, 2}_k, 3, 4)$ . Udowodnij wyznaczoną równość.

4. **(12p.)** Niech  $H = (V, \mathcal{E})$  będzie hipergrafem bez singletonów, takim że  $V = [n]$  oraz dla dowolnych dwóch krawędzi  $e, f$  zachodzi warunek  $|e \cap f| \neq 1$ . Udowodnij, że  $\chi(H) = 2$ .

*Powodzenia!*