

15 stycznia 2024 r.

Kolokwium 2 - Hipergrafy

Suma punktów: 50.

1. **(10p.)** Niech $H = (V, \mathcal{E})$ będzie hipergrafem bez singletonów, takim że dla dowolnych dwóch krawędzi e, f zachodzi warunek $|e \cap f| = 2$. Udowodnij, że $\chi(H) = 2$.
2. **(12p.)** Definiujemy graf $M_n(C_3)$ dla $n \geq 1$ następująco. Niech $M_1(C_3) = C_3$ oraz $M_{k+1}(C_3)$ powstaje z grafu $M_k(C_3)$ przez zastosowanie konstrukcji z definicji grafu Mycielskiego (tzn. w taki sposób jak graf M_{k+1} powstaje z grafu M_k). Udowodnij, że dla każdego $n \geq 1$
 - a) graf $M_n(C_3)$ nie zawiera podgrafu K_4 ,
 - b) $\chi(M_n(C_3)) = n + 2$.
3. **(12p.)**
 - a) Udowodnij, że w dowolnym 55-elementowym zbiorze liczb dwucyfrowych są cztery liczby o takiej samej sumie cyfr.
 - b) Udowodnij, że w każdym hipergrafie rzędu n , rozmiaru co najmniej $2^{n-1} + 1$ istnieją dwie rozłączne krawędzie.
4. **(16p.)**
 - a) Wiedząc, że $R(3, 4) = 9$, udowodnij, że $R(4) \leq 18$.
 - b) Udowodnij, że $R(4, 4, 4) \leq 3R(3, 4, 4)$.

Powodzenia!