

Zestaw 1

1. Udowodnij tożsamości kombinatoryczne:

- a) $\binom{n}{2} = \binom{k}{2} + k(n-k) + \binom{n-k}{2}$, dla $0 \leq k \leq n$,
b) jeśli $\sum_{i \in I} n_i = n$, to $\sum_{i \in I} \binom{n_i}{2} \leq \binom{n}{2}$.

2. Dany jest graf G o n wierzchołkach. Niech $t(G)$ oznacza liczbę trójkątów w grafie G oraz \overline{G} łącznie. Udowodnij, że

$$t(G) = \binom{n}{3} - m(n-2) + \sum_{v \in V(G)} \binom{d(v)}{2},$$

gdzie $m = |E(G)|$.

3. Podaj parametry: rząd, rozmiar, stopień minimalny, stopień maksymalny dla:

- a) hipergrafu pełnego,
b) hipergrafu pełnego k -jednolitego K_n^k , gdzie $1 < k < n$.
4. Czy dla każdego hipergrafu $\mathcal{H} = (V, \mathcal{E})$ i dla każdego wierzchołka $v \in V$ zachodzi równość $d(v) = |N(v)|$? Odpowiedź uzasadnij.
5. **Tw.** W dowolnym grafie liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.
Zaproponuj uogólnienie powyższego twierdzenia dla hipergrafów 3-jednolitych.