

**Zestaw 9**

**Twierdzenie** Niech  $f: X \rightarrow S$  będzie dowolną funkcją. Wtedy jeśli  $|S| < |X|$ , to  $f$  nie jest injekcją.

1. Udowodnij, że w dowolnym kolorowaniu krawędziowym grafu  $K_{17}$  za pomocą trzech kolorów istnieje monochromatyczne  $K_3$ .
2. Dany jest hipergraf  $H = (V, \mathcal{E})$ ,  $|V| = 7$ ,  $|\mathcal{E}| \geq 65$ . Udowodnij, że:
  - a) w  $H$  istnieją dwie rozłączne krawędzie,
  - b) w  $H$  istnieją dwie krawędzie, z których jedna zawiera się w drugiej.
3. Udowodnij, że wśród  $n + 1$  liczb całkowitych istnieją dwie, których różnica jest podzielna przez  $n$ .
4. Udowodnij, że wśród  $n + 2$  różnych liczb naturalnych dodatnich istnieją dwie, których różnica lub suma jest podzielna przez  $n$ .
5. Na płaszczyźnie narysowano kwadrat o boku 1 i wybrano w nim 51 punktów. Udowodnij, że wśród tych punktów istnieją trzy, które leżą w kole o promieniu  $\frac{1}{7}$ .