

## Kolokwium I

*Teoria grafów, WMS*

We wszystkich zadaniach  $n$  oznacza rząd grafu  $G$ .

**Zadanie 1.** Udowodnij, że jeśli  $\delta(G) \geq \frac{n+k}{2} - 1$ , to graf  $G$  jest  $k$ -spójny.

**Zadanie 2.** Niech  $\mathcal{P}$  będzie własnością zawierania ścieżki rzędu  $k$ . Udowodnij, że własność  $\mathcal{P}$  jest  $(2n - k - 1)$ -stabilna.

**Definicja 1.** Kolorowanie krawędziowe grafu  $G$  nazywamy *większościowym*, jeśli dla każdego wierzchołka  $v$  grafu  $G$  co najwyżej połowa krawędzi incydentnych z  $v$  jest w tym samym kolorze.

**Zadanie 3.** Niech  $W'(G)$  oznacza najmniejszą liczbę  $k$ , taką że istnieje kolorowanie większościowe grafu  $G$  za pomocą  $k$  kolorów. Podaj i udowodnij najlepsze możliwe ograniczenie górne na  $W'(G)$ , gdzie  $G$  jest grafem eulerowskim. Czy to samo ograniczenie zachodzi dla dowolnego grafu  $G$  (zakładamy, że  $\delta(G) \geq 2$ )? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4.** Podaj i udowodnij warunek konieczny i wystarczająco na to, aby graf trójdzielny pełny  $K_{p,q,r}$  był planarny.

*Powodzenia!*