

TEORIA

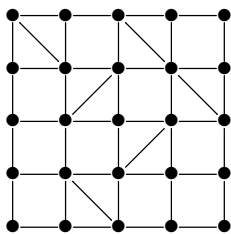
Definicje: podgraf grafu; podgraf indukowany grafu; odległość w grafie; średnica; promień; drzewo

Twierdzenia: twierdzenie o sztywności kratownic

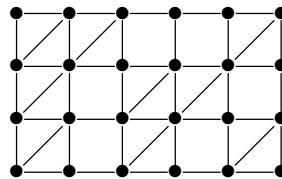
A. ZADANIA NA ĆWICZENIA

A1 Zbadaj sztywność kratownic. Jeśli kratownica jest sztywna, podaj ile maksymalnie krzyżulców można usunąć, aby kratownica pozostała sztywna.

a)



b)



A2 Udowodnij, że dowolny graf o sześciu wierzchołkach zawiera K_3 lub \overline{K}_3 jako podgraf indukowany.

A3 Mostem w grafie spójnym nazywamy taką krawędź, że jej usunięcie powoduje, że graf przestaje być spójny. Wykaż, że jeśli w grafie spójnym wszystkie wierzchołki są stopnia parzystego, to nie ma w nim mostu.

A4 Udowodnij, że jeśli $\delta(G) \geq \frac{|G|-1}{2}$, to G jest spójny.

A5 Podaj ile wynosi promień, a ile średnica następujących grafów: K_n ; $K_{p,q}$; C_n ; P_n .

A6 Wykaż, że dla dowolnego grafu spójnego G prawdziwe są nierówności

$$\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2\text{rad}(G).$$

A7 Udowodnij, że każde drzewo rzędu n ma rozmiar $n - 1$.

B. ZADANIA NA ĆWICZENIA - JEŚLI CZAS POZWOLI

B1 Wykaż, że dla dowolnego grafu spójnego G prawdziwa jest nierówność

$$\text{rad}(G) \leq \frac{|G|}{2}.$$

B2 Znajdź wszystkie drzewa T , które spełniają warunek:

- a) T jest grafem regularnym,
- b) \bar{T} jest drzewem,
- c) T jest grafem pełnym dwudzielnym.

C. ZADANIA DO SAMODZIELNEJ PRACY

C1 Czy prawdą jest, że jeśli $\delta(G) \geq \frac{|G|-2}{2}$, to G jest spójny?

C2 Udowodnij, że każde drzewo jest grafem dwudzielnym.

C3 Narysuj wszystkie nieizomorficzne drzewa rzędu 5.

C4 Dla każdego nieizomorficznego drzewa rzędu 5 wyznacz jego promień i średnicę.

C5 Znajdź rozmiar lasu rzędu n , który ma k składowych.