

Podstawy fizyki – sezon 1

II. DYNAMIKA

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

WFiIS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,
D11, pok. 111
amucha@agh.edu.pl
<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

Kinematyka a dynamika

- ▶ Kinematyka – odpowiedź na pytanie „Jak ciało się porusza?”
- ▶ Dynamika – **Dlaczego ciało się porusza?**
- ▶ W dynamice szukamy związków pomiędzy oddziaływaniem ciał a ich ruchem.
- ▶ Newton 1687 – „Początki matematyczne filozofii przyrody”
- ▶ Wprowadzone pojęcie: **SIŁA**
- ▶ **Przyspieszenie** charakteryzuje zmianę prędkości (co do wartości lub kierunku)
- ▶ Przyczyną występowania przyspieszenia jest siła (bezpośrednia lub pośrednia-pole).

DYNAMIKA jest podstawowym działem mechaniki.

I Zasada Dynamiki (punktu materialnego)

Jeżeli na ciało nie działała żadna siła lub siły działające się równoważą, ciało znajduje się w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Bezwładność – własność ciała, która powoduje, że ciało zachowuje swój obecny stan (spoczynku lub poruszania się po linii prostej), w przypadku, gdy nie działają inne ciała.

Pierwsza zasada dynamiki stwierdza, że jeżeli na ciało nie działa żadna siła (lub gdy siła wypadkowa jest równa zero) to istnieje taki układ odniesienia, w którym to ciało spoczywa lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Jest to **UKŁAD INERCJALNY**



Układy inercyjne

- ▶ Każdy układ poruszający się ze stałą prędkością względem ukł. inercyjnego jest także układem inercyjnym,
- ▶ Transformacja Galileusza – (1564):
- ▶ Prawa mechaniki są jednakowe we wszystkich układach inercyjnych.

Dowód:

Nowy układ (y') porusza się ze stałą prędkością u .

położenie punktu m w nowym układzie:

$$x'(t) = x(t) - x_0$$

prędkość w nowym układzie:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dx_0}{dt}$$
$$v'(t) = v(t) - u$$

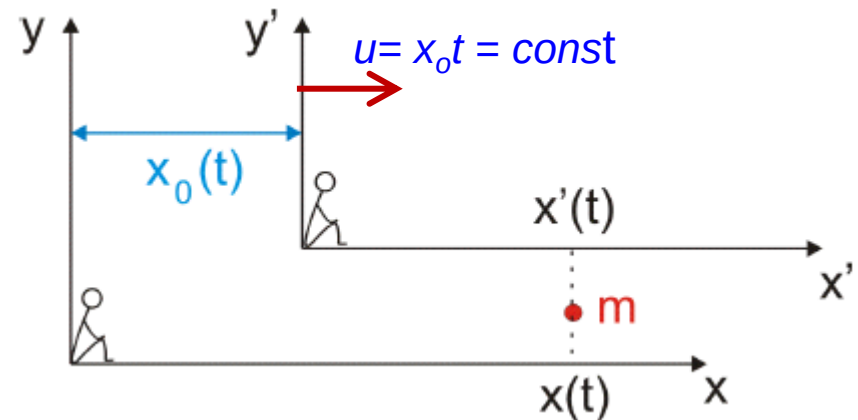
przyspieszenie w nowym układzie:

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{dv}{dt} - \frac{du}{dt}$$

czyli: $a' = a - 0$

siły: $F' = F$

(tak samo w 3D)

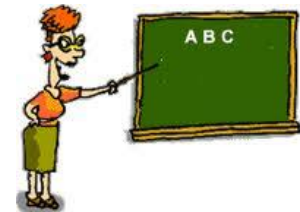
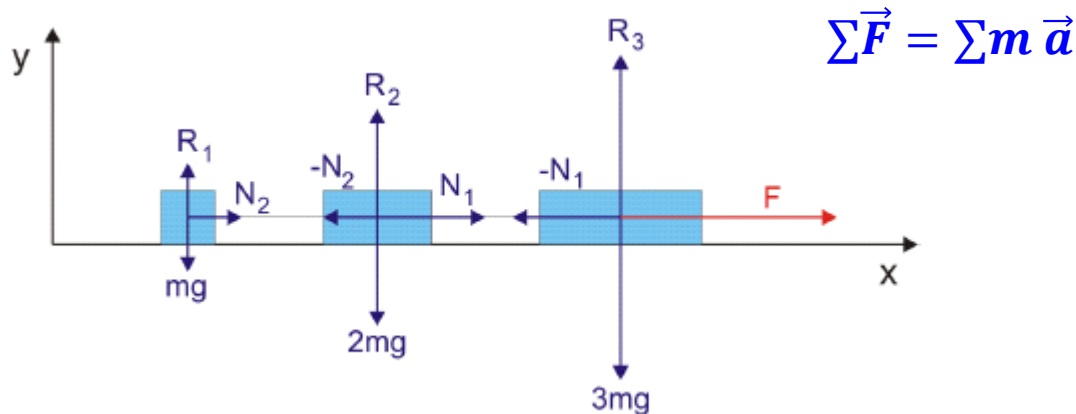


II Zasada Dynamiki

Siła wypadkowa działająca na ciało jest równa iloczynowi masy tego ciała i jego przyspieszenia:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Przykł: do układu trzech ciał o masach m , $2m$ i $3m$ przyłożona została siła zewnętrzna F . Opisać ruch ciała.



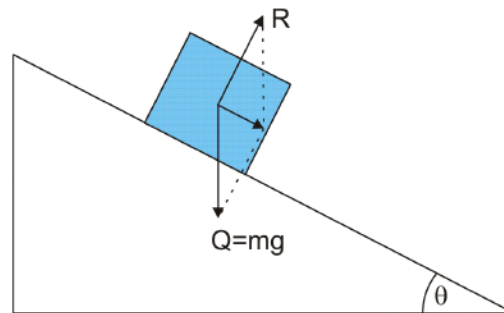
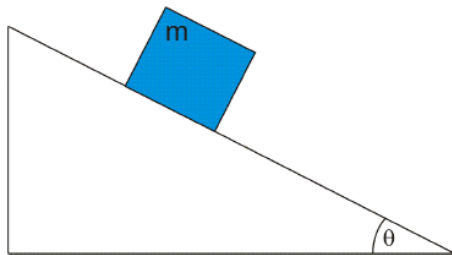
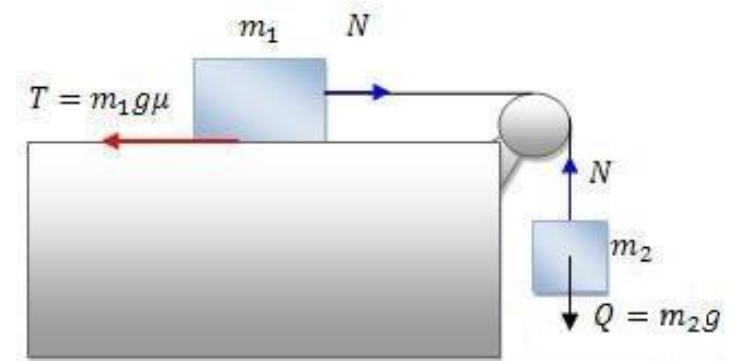
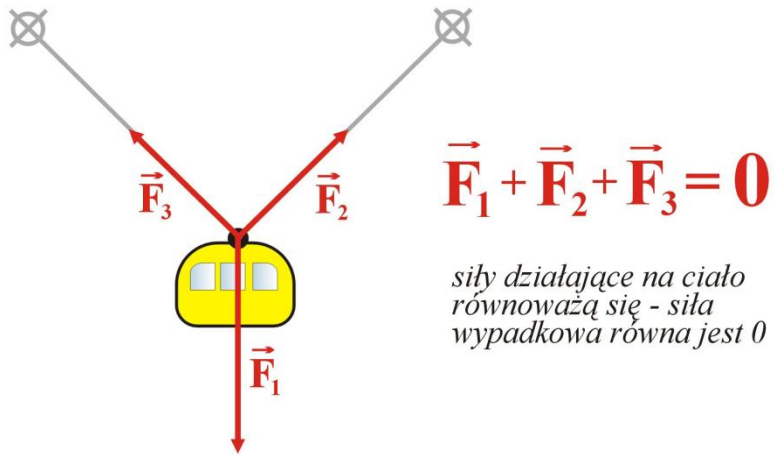
III Zasada Dynamiki

Gdy dwa ciała oddziałują wzajemnie, to siła wywierana przez ciało drugie na ciało pierwsze jest równa i przeciwnie skierowana do siły, jaką ciało pierwsze działa na drugie..

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$



Zasady dynamiki - przykłady



$$m \vec{a} = \vec{Q} + \vec{R}$$

Siły

- ▶ Jednostka siły w SI – niuton (N) –
Niuton jest to siła, która masie 1kg nadaje przyspieszenie 1m/s^2

- ▶ Siły:

- ▶ grawitacyjne,

- W polu grawitacyjnym Ziemi – prawo powszechnego ciążenia:

$$F = G \frac{M m}{r^2}$$

- ▶ elektryczne,

- działają pomiędzy atomami, cząsteczkami, siły utrzymujące elektrony na orbitach, siły tarcia

$$F = k \frac{Q q}{r^2}$$

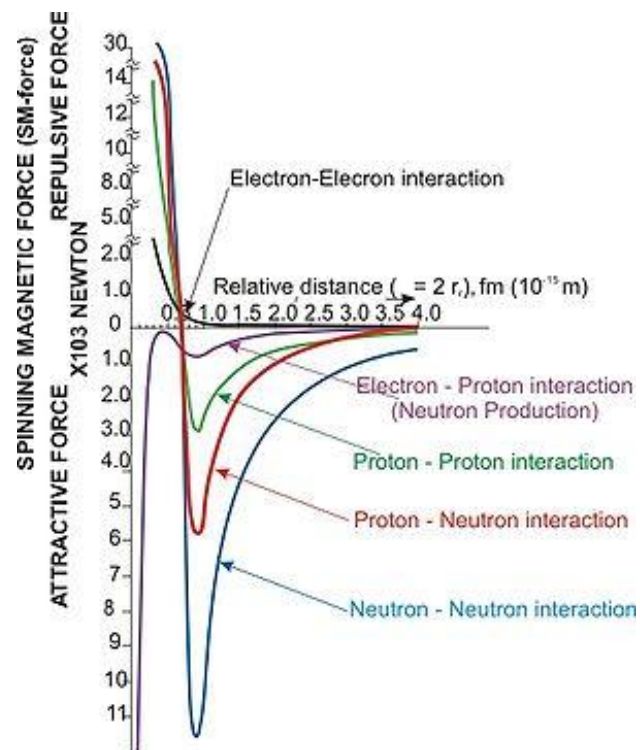
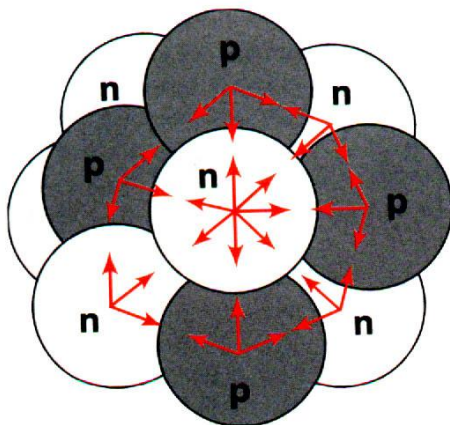
- ▶ jądrowe

- siły utrzymujące protony i neutrony w jądrze atomu, mikroświat – mechanika kwantowa

Siły *

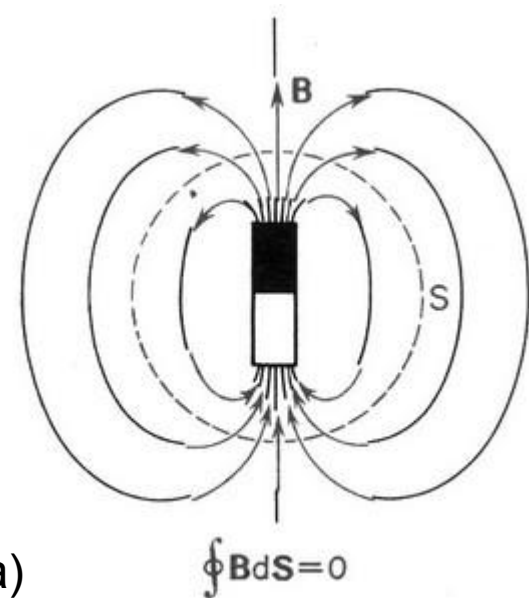
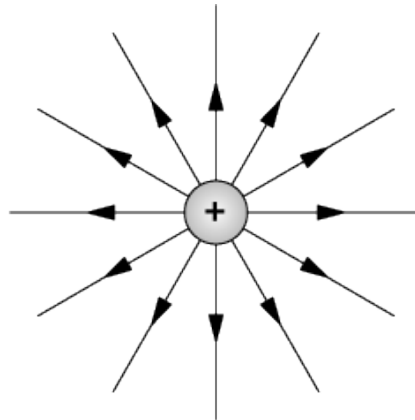
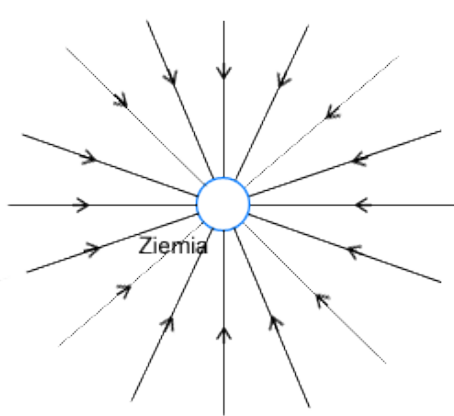
► jądrowe

siły utrzymujące protony i neutrony w jądrze atomu, mikroświat – mechanika kwantowa

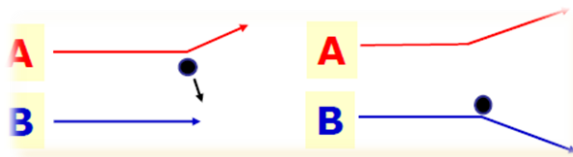


Oddziaływania

- ▶ Oddziaływania – w jaki sposób przenoszone są siły?
 - ▶ pole (grawitacyjne, elektryczne, magnetyczne, ...)

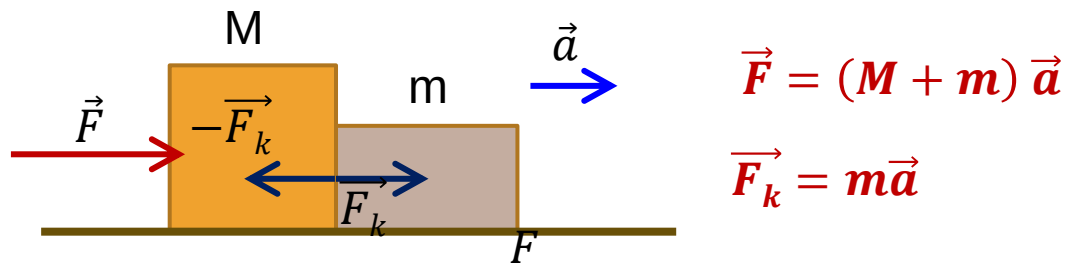


- ▶ bozony pośredniczące (mechanika kwantowa)



Siły kontaktowe

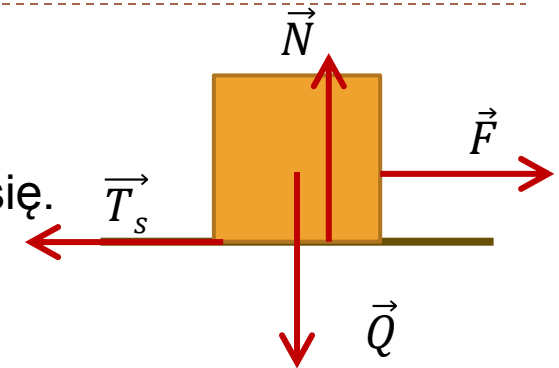
- ▶ Gdy dwa ciała są dociskane do siebie - siły kontaktowe.
- ▶ Źródłem tych sił jest odpychanie pomiędzy atomami – siły elektromagnetyczne.



- ▶ Siły kontaktowe są tu normalne do powierzchni ciał.

Tarcie

- ▶ Tarcie jest to siła kontaktowa styczna do powierzchni.
- ▶ Działa z równo, gdy ciała spoczywają, jak i poruszają się.
- ▶ Siła tarcia działająca między nieruchomymi powierzchniami – **tarcie statyczne T_s** .
- ▶ Maksymalna wartość $T_{s\max}$ - krytyczna siła, którą należy przyłożyć, żeby ruszyć ciało z miejsca



$$v=0, \sum \vec{F}=0$$

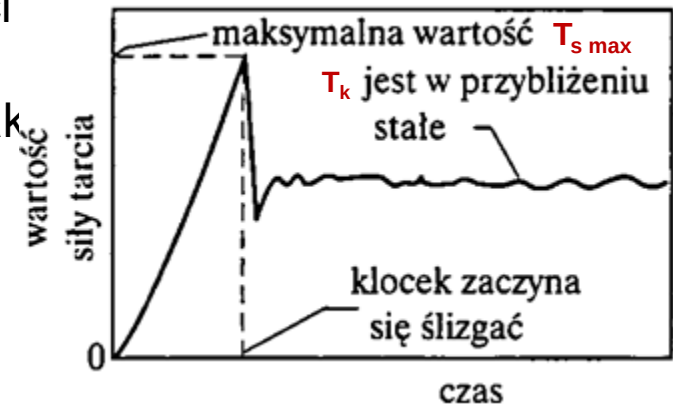
- T_s jest w przybliżeniu niezależna od wielkości powierzchni styku ciał;
- T_s jest proporcjonalna do siły normalnej, z jaką powierzchnia naciska na drugą.

$$T_s \leq \mu_s N, \quad \mu_s = \frac{T_{s\max}}{N},$$

- ▶ Gdy ciało zacznie się poruszać – siła tarcia kinetycznego T_k

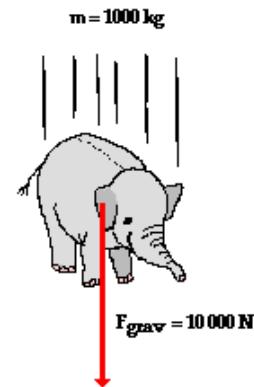
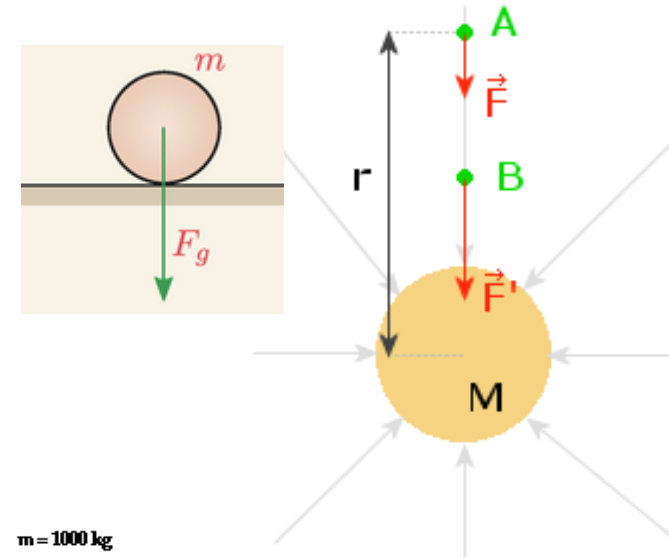
- tarcie kinetyczne nie zależy od prędkości ciała

$$\mu_k = \frac{T_k}{N}$$



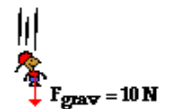
Siła ciężkości, ciężar i masa

- ▶ Ciężar definiujemy jako siłę grawitacyjną, z jaką Ziemia przyciąga ciało. Jest to wielkość wektorowa.
- ▶ Ciężar zależy od odległości od środka Ziemi, masa jest zawsze taka sama.
- ▶ Masa jest miarą bezwładności – jeżeli do dwóch różnych mas przyłożymy tę samą siłę – stosunek uzyskanych przyspieszeń jest odwrotnością stosunku mas: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$
- ▶ Galileusz (1590) – wszystkie ciała swobodnie puszczane spadają z takim samym przyspieszeniem g
- ▶ Siłą działającą na spadające ciało jest jego ciężar $Q=mg$ (tylko wartość!)



$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{10\,000\text{ N}}{1000\text{ kg}}$$

$$a = 10\text{ m/s}^2$$

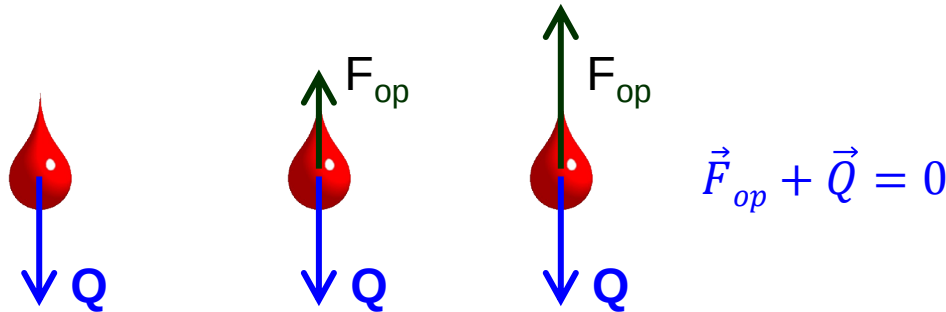


$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{10\text{ N}}{1\text{ kg}}$$

$$a = 10\text{ m/s}^2$$

Spadek ciała w powietrzu z oporem

- ▶ Ruch ciała o masie m , spadającego w pobliżu Ziemi, z uwzględnieniem oporu powietrza.
- ▶ Opór powietrza zależy od prędkości (przykłady).
- ▶ Zakładamy, że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do prędkości: $F_{op} = -bv$



- ▶ Prędkość rośnie – wzrasta siła oporu, aż $Q = F_{op}$ i ciało porusza się ruchem jednostajnym.
- ▶ Prędkość graniczna: $mg = -bv_{gr}$

Jak zmienia się prędkość w czasie tego ruchu?

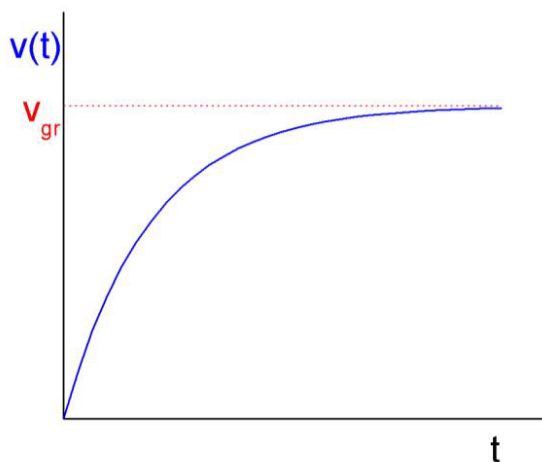
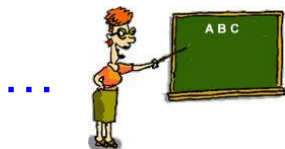
- ▶ II Zasada Dynamiki Newtona: $m \frac{dv}{dt} = mg - bv$

Spadek ciała w powietrzu z oporem

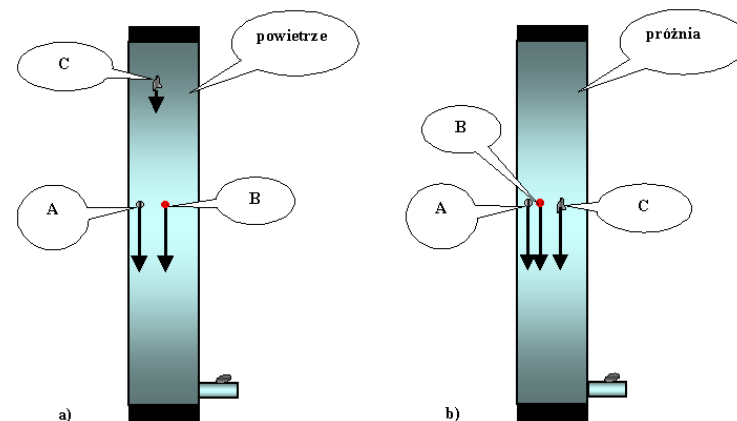
- Rozwiązanie równania ruchu:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - bv$$

$$dv = \left(g - \frac{b}{m} v \right) dt$$



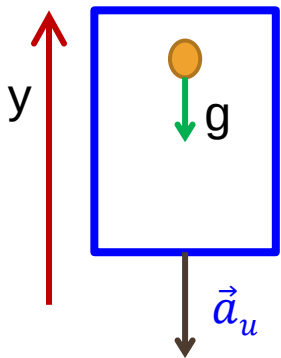
Prędkość graniczna spadającego człowieka: 60m/s,
osiągana przez ok.12s, na drodze 450m



Ruch ciała w poruszających się układach (nieinercjalnych)

- ▶ Gdy ciało umieszczone jest w układzie poruszającym się z przyspieszeniem a_u , to jego przyspieszenie w tym układzie wynosi $-a$
- ▶ II zasada dynamiki Newtona (ogólnie): $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{p}, t)$, $\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$
- ▶ w nieinercjalnych układach odniesienia: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{p}, t) - m\vec{a}_u$

Przykład: spadająca piłka w windzie:



w ukł. bloku: $m \frac{dv}{dt} = -mg$

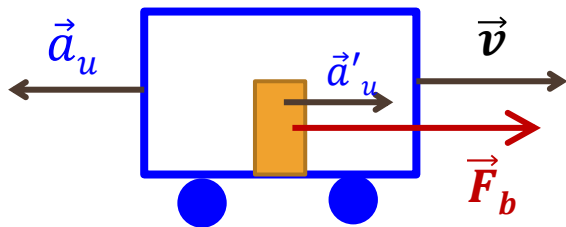
w ukł. windy:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + ma_u = -m(g - a_u)$$

Układy nieinercyjne – siły bezwładności

Siły bezwładności – siły pozorne, ale powodujące rzeczywiste skutki.

Przykład 1: hamujący samochód:



- gdy $v = \text{const}$ – nie działa siła, ruch jednostajny
- w ukł inercyjnym: $\vec{a}_u$
- w ukł nieinercyjnym: $\vec{a}'_u$, czyli działa siła:

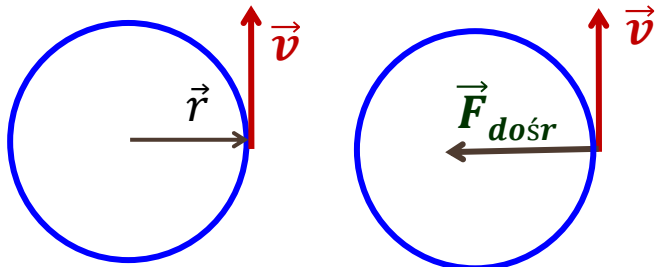
$$\vec{F}_b = m \vec{a}'_u = -m \vec{a}_u$$

jest to **siła bezwładności**

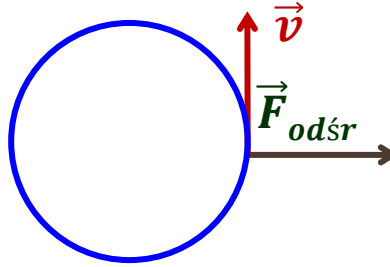
Przykład 2: ruch jednostajny po okręgu:

ukł. inercyjny:

ukł. nieinercyjny:



$$\vec{F}_{dośr} = -\frac{mv^2}{r} \frac{\vec{r}}{r}$$

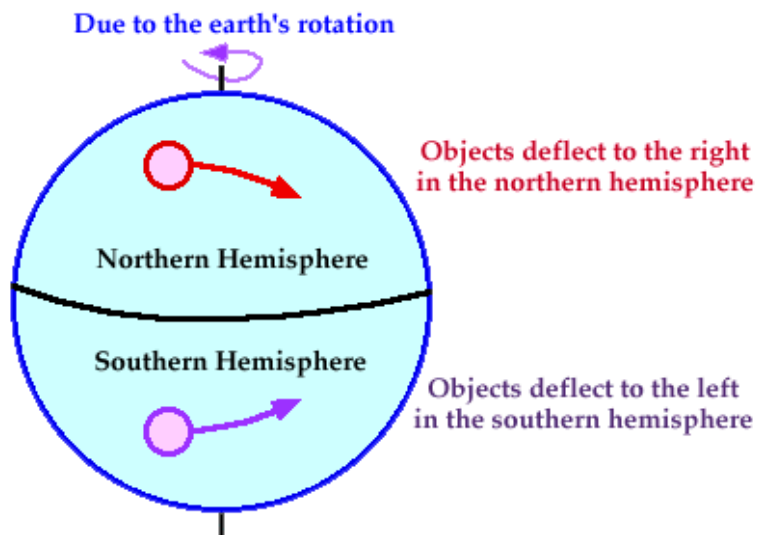
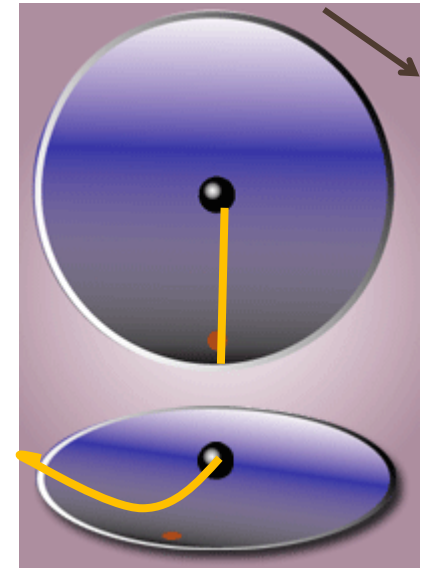


$$\vec{F}_{odśr} = \frac{mv^2}{r} \frac{\vec{r}}{r}$$

Ciało porusza się po okręgu, ponieważ działa siła dośrodkowa. Siła ta powoduje zakrzywienie toru

Ruch ciał w obracających się układach

- ▶ Ruch po obracającej się płycie –
 - dla obserwatora inercyjnego – to układ się porusza, torem jest prosta,
 - dla nieinercyjnego tor jest zakrzywiony, Zakrzywienie musi być wywołane siłą – siłą pozorną (bezwładności)



- ▶ Ruch na obracającej się Ziemi.

Siła Coriolisa

- Obliczenie prędkości i przyspieszenia w obracającym się z prędkością ω układzie odniesienia („Mechanika” Ch. Kittel).

Schemat: wyrażamy położenie jako funkcje r i ωt , liczymy prędkość i przyspieszenie (pierwsze i drugie pochodne) i ostatecznie:

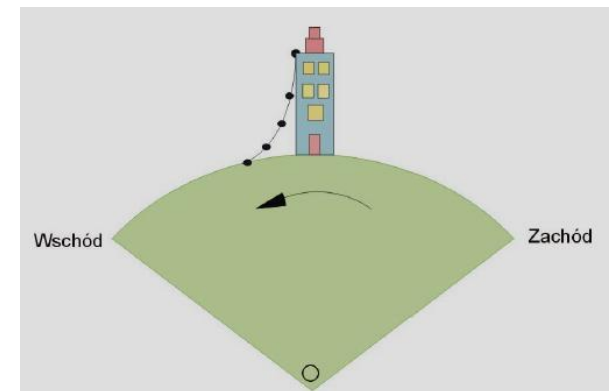
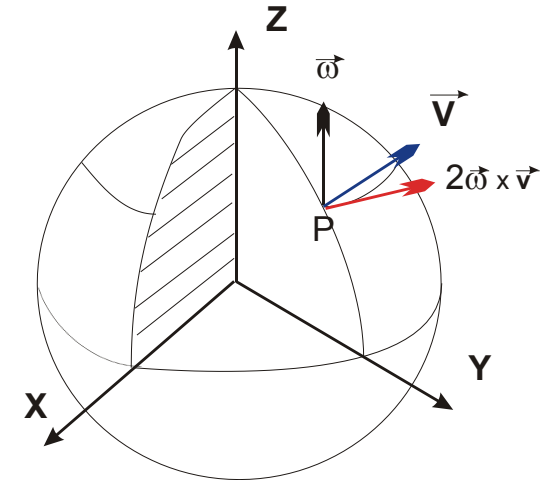
$$\vec{a}_i = \vec{a}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

przyp. w ukł.inercyjnym przyp. w ukł.obracającym się **przyspieszenie Coriolisa** przyp.dośrodkowe

- Siła Coriolisa (bezwładności): $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$

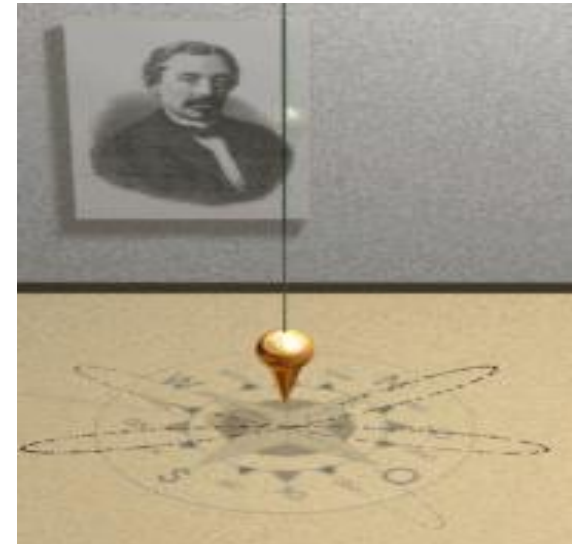
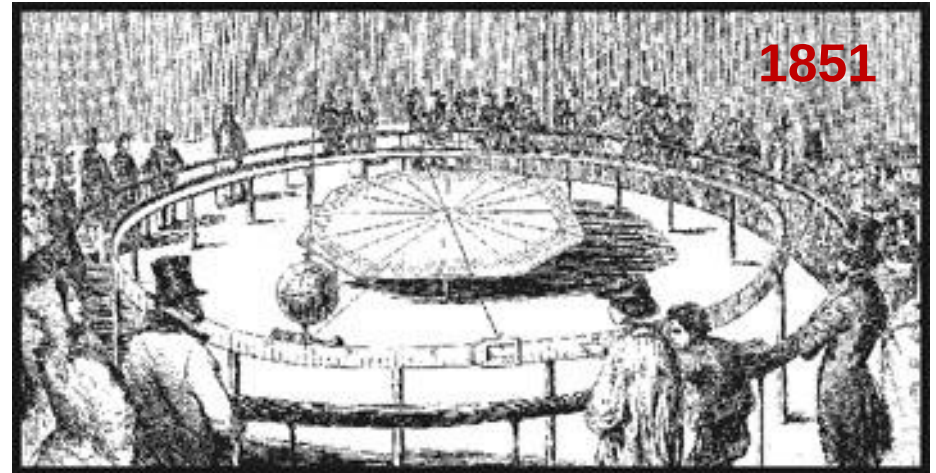
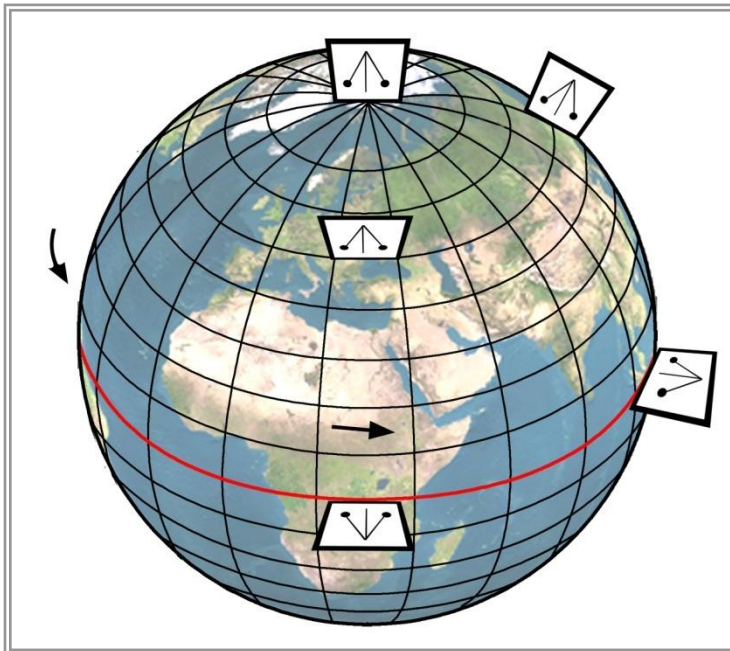
Siła Coriolisa - skutki

- ▶ Siła Coriolisa:
 - działa wyłącznie na obiekty znajdujące się w ruchu
 - zależy od prędkości kątowej wirującego układu oraz od masy i prędkości liniowej poruszającego się obiektu.
 - Kierunek działania siły Coriolisa jest zawsze prostopadły do kierunku wektora prędkości poruszającego się ciała, tak więc siła ta powoduje odchylenie toru ruchu ciała od linii prostej.
- ▶ Kamień rzucony z wieży Eiffla odchyła się o 6cm od pionu,
- ▶ Kierunki wiatrów na półkuli N odchylają się w prawo.
- ▶ Rakiety dalekiego zasięgu skręcają na wschód.



Wahadło Foucaulta

Wahadło Foucaulta jest przyrządem, za pomocą którego można wykazać, że Ziemia obraca się dookoła osi oraz że nie jest układem inercyjnym.



Ruch ciał ze zmienną masą

Siła działająca na ciało powoduje zmianę jego pędu (II z.d.N)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Gdy po pewnym czasie dt przyłączy się do niego masa dm o prędkości w , zmiana pędu w czasie wynosi:

$$\begin{aligned} p_1 &= mv + dm w \\ p_2 &= (m + dm)(v + dv) \\ dp &= mv + m dv + dm v + dm dv - mv - dm w = \\ &= m dv + dm(v - w) \\ m \frac{dv}{dt} + \frac{dm}{dt}(v - w) &= F \end{aligned}$$

Przykład: rakietą spalającą paliwo (zmniejszającą masę):

$$m\vec{a} = \vec{F} + \frac{dm}{dt}\vec{u}$$

$\vec{u}$ - prędkość względna przyłączanej cząstki


siła odrzutu

Podsumowanie

- ▶ Zasady dynamiki Newtona z zastosowaniami.
- ▶ Tarcie.
- ▶ Ruch ciała z oporem.
- ▶ Ruch ciała w inercjalnych i nieinercjalnych układach.
- ▶ Siły bezwładności, przyspieszenie Coriolisa.
- ▶ Ruch ciał ze zmienną masą.