

Podstawy fizyki – sezon 2

2. Elektrostatyka 2

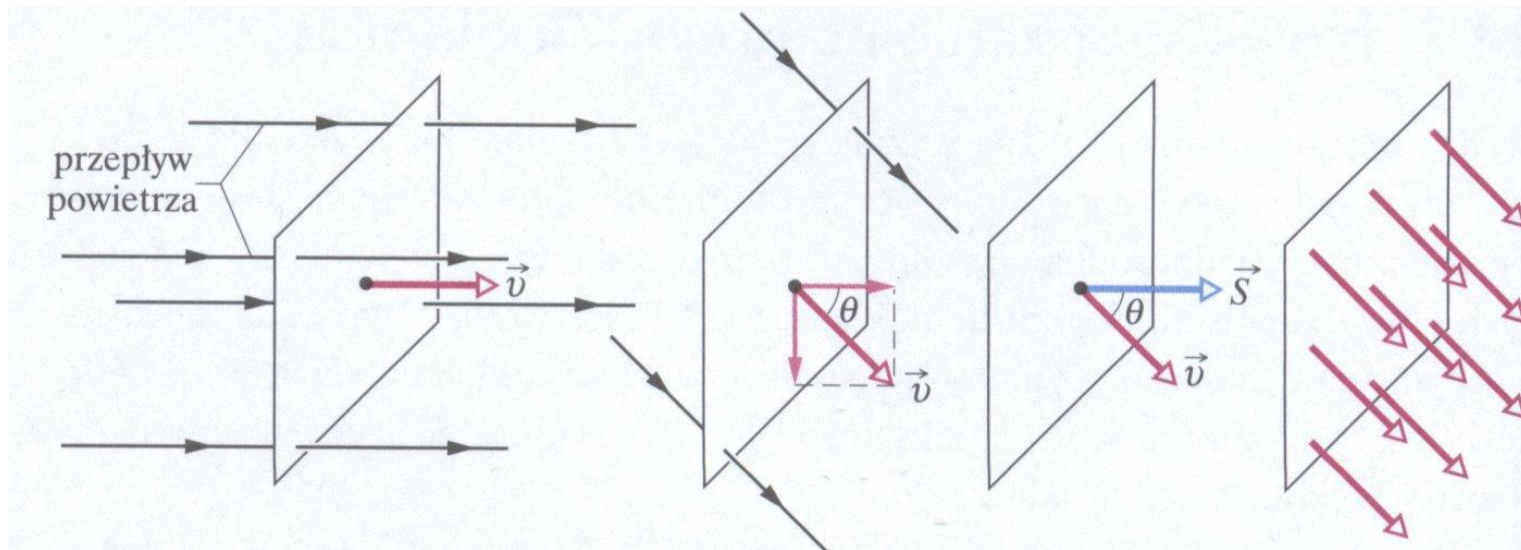
Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Strumień wektora

- ▶ Ładunek elektryczny wytwarza pole elektrostatyczne
- ▶ Pole elektrostatyczne jest polem wektorowym.
- ▶ Obliczenie natężenia pola jest czasem dość trudne ;-(
- ▶ Poszukiwany – związek natężenia z ładunkiem

STRUMIEŃ POLA

Jest to szybkość przepływu (pływu, wektora pola) przez powierzchnię

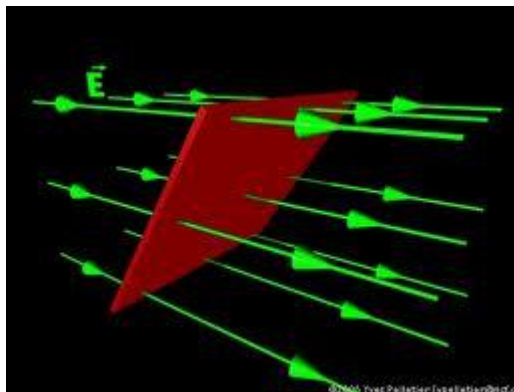


Prawo Gaussa

- **Strumień pola** elektrycznego jest proporcjonalny do całkowitej liczby linii sił pola przechodzących przez powierzchnię:



$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \vec{\Delta s}$$

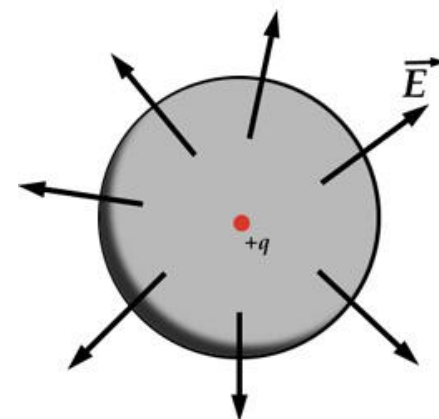


$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Jeśli otoczymy ładunki wytwarzające pole **DOWOLNĄ** powierzchnią **zamkniętą**, to całkowity strumień pola elektrycznego przechodzący przez tę powierzchnię zamkniętą jest równy **ładunkowi** zamkniętemu **wewnątrz** tej powierzchni

PRAWO GAUSSA

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$



Prawo Gaussa a Coulomba

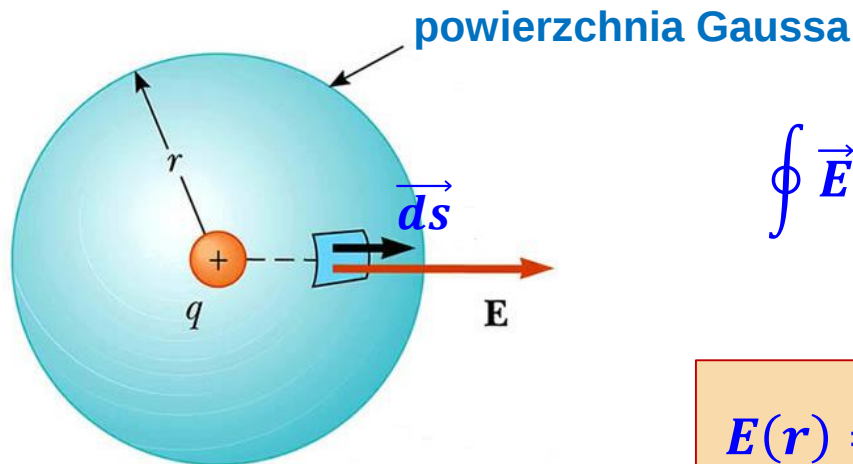
- ▶ Prawo Gaussa:

$$\oint \underbrace{\vec{E} \cdot \vec{ds}}_{\text{strumień pola}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

przez dowolną
powierzchnię
zamkniętą

całkowity ładunek
wewnątrz tej powierzchni

- ▶ Prawo Gaussa dla pola wytworzonego przez ładunek punktowy:



$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \oint E ds \cos 0 = E \cdot 4\pi r^2$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

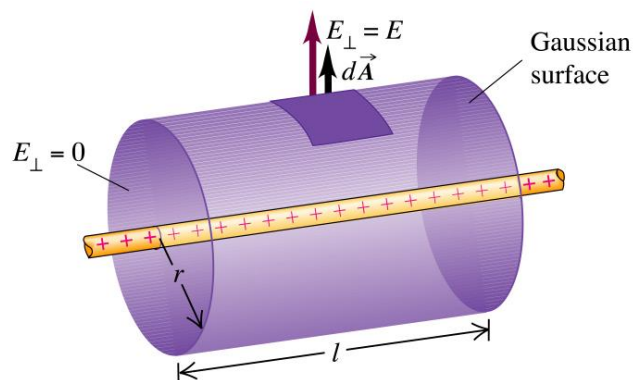
$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

≡ prawo Coulomba

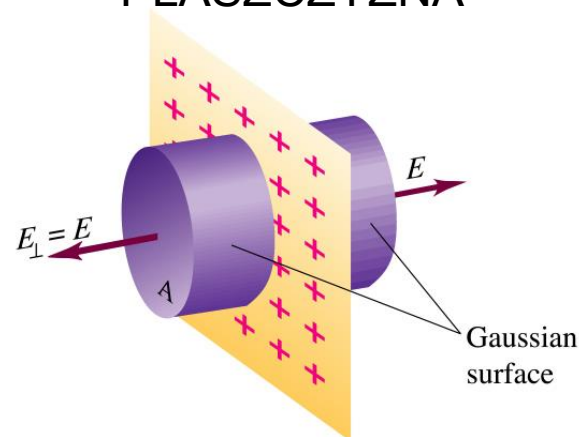
Prawo Gaussa - przykłady

- ▶ Najlepsze rezultaty otrzymujemy stosując prawo Gaussa do układów ładunków o pewnej symetrii, np.:

WALEC, NIĆ



PŁASZCZYZNA

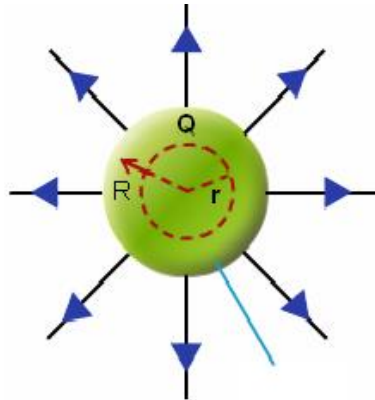


Procedura wyznaczania natężenia pola:

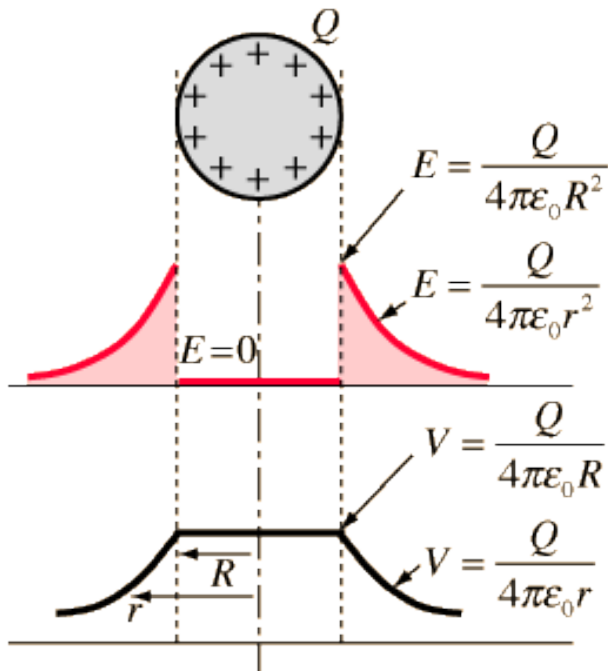
- Wybieramy zamkniętą powierzchnię Gaussa, tak, aby miała symetrię „łatwą” do całkowania.
- Wyznaczamy kąt pomiędzy wektorem $\vec{E}$ a $\vec{ds}$.
- Liczymy całkowity strumień (całkowanie).
- Oliczamy, ile ładunku znajduje się wewnątrz powierzchni.
- Przyrównujemy i wyznaczamy natężenie pola

Pole od ładunków o symetrii sferycznej

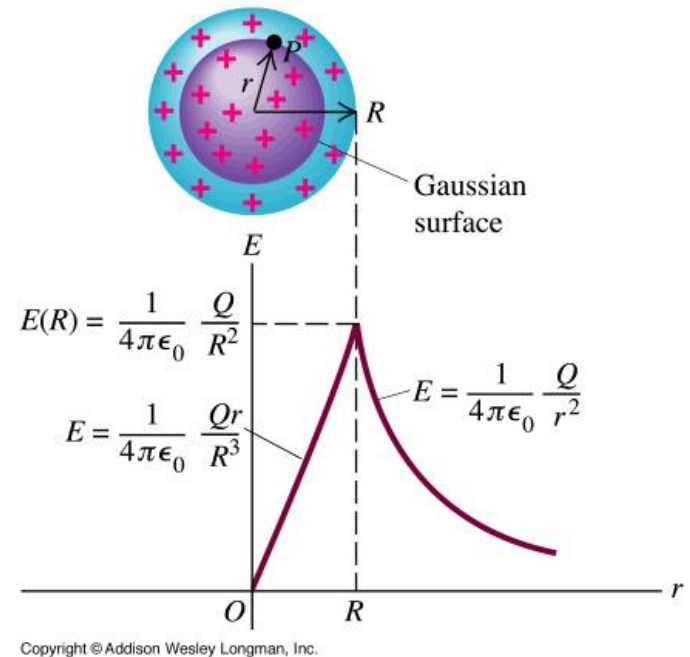
- Jednorodnie naładowana sfera



Ćwiczenia!



- Jednorodnie naładowana kula



Potencjał pola

- ▶ Jeżeli z prawa Gaussa wyznaczyliśmy natężenie, to jego związek z potencjałem jest w postaci:

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

- ▶ Jeśli $E = 0$, to $V = \text{const}$!

Pole dwóch płaszczyzn

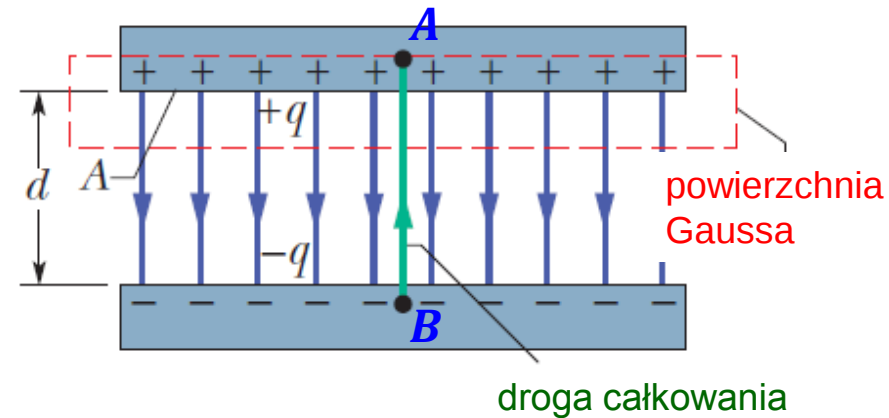
- Pomiedzy dwiema naładowanymi przeciwnego znaku płaszczyznami powstaje **JEDNORODNE** pole elektryczne:

na każdej okładce jest ładunek q ,
prawo Gaussa:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

różnica potencjałów pomiędzy okładkami

$$\begin{aligned} V_{BA} &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_-^+ E dr = E \int_-^+ dr = E d \end{aligned}$$



$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E dr$$

różnica potencjałów $\rightarrow$ napięcie, czyli:

$$U = E d$$

Kondensator

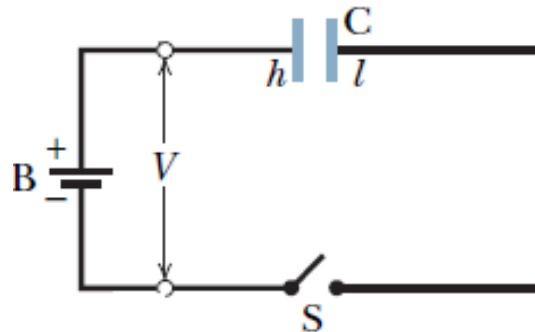
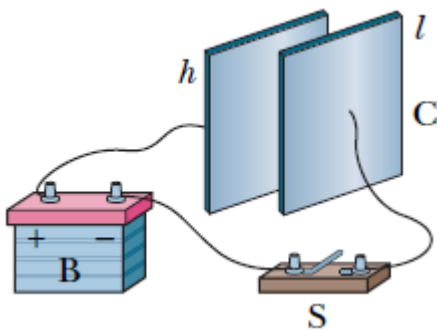
- ▶ W zależności od przyłożonego napięcia, na okładkach gromadzi się proporcjonalna do niego wielkość ładunku:

$$q = C U$$



gdzie C – pojemność kondensatora $[C] = 1F \text{ arad} = 1 C/V$

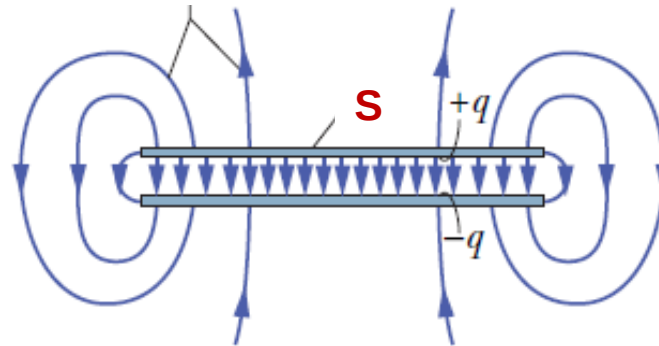
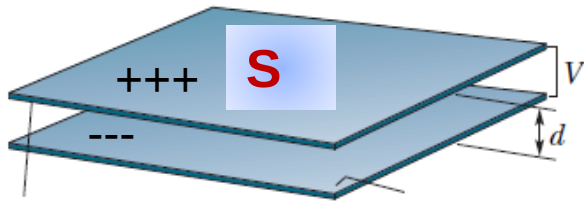
- ▶ **Kondensator** to układ złożony z dwóch, przeciwnie naładowanych powierzchni.
- ▶ W kondensatorze gromadzona jest energia elektryczna.
- ▶ Kondensator może być ładowany przez baterię:



Ładowanie polega na przenoszeniu elektronów z okładki h na l .
Przez kondensator prąd nie płynie!

Pojemność kondensatora

► Kondensator płaski:



$$\left. \begin{array}{l} U = E d \\ \varepsilon_0 E S = q \\ q = C U \end{array} \right\} C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Pojemność kondensatora zależy od jego **wymiarów** geometrycznych i od **rodzaju ośrodka** pomiędzy okładkami.

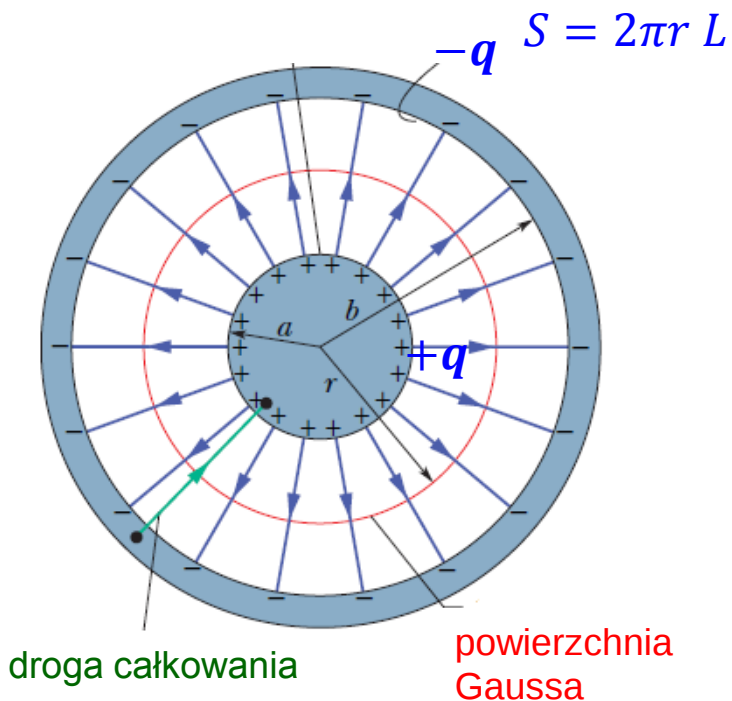
pyt. Jak zmieni się pojemność, gdy zwiększymy napięcie dwa razy?

A jak będziemy zwiększać w nieskończoność?

Rodzaje kondensatorów

- Do policzenia pojemności kondensatora należy najpierw policzyć natężenie pola wytworzone przez naładowane powierzchnie (prawo Gaussa) i skorzystać z zależności pomiędzy natężeniem pola a napięciem

- kondensator walcowy,



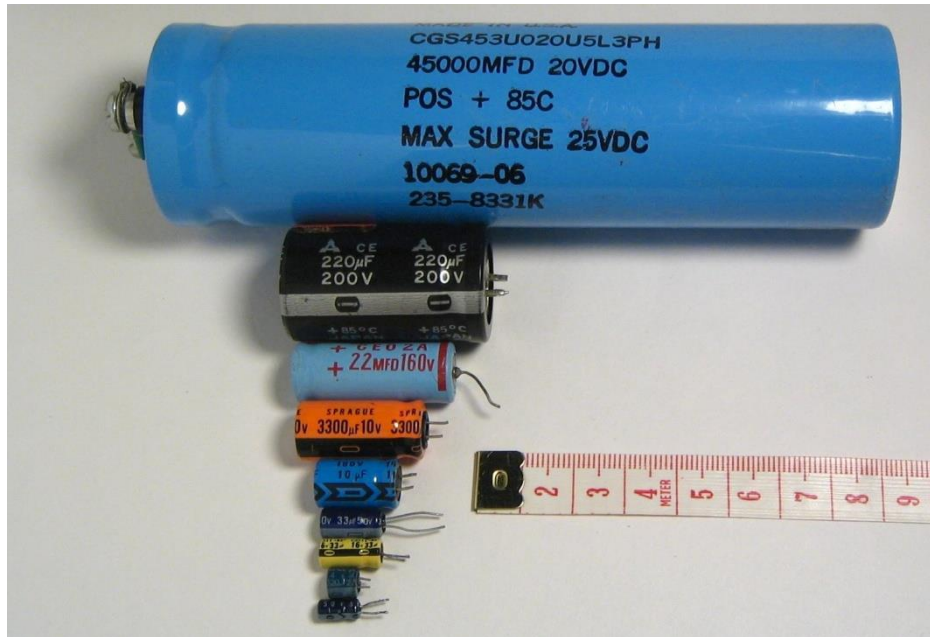
$$\left. \begin{aligned} q &= \epsilon_0 E S \\ q &= \frac{1}{\epsilon_0} E \cdot 2\pi r L \end{aligned} \right\} E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r}$$

$$U = \int_{-}^{+} E dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L r} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{a}{b}$$

$$\int \frac{1}{r} dr = \ln r$$

$$C = \frac{U}{q} = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln \frac{a}{b}}$$

Kondensatory IRL



Pojemności są przeważnie
rzędu μF ($10^{-6} F$) do
 pF $10^{-12} F$

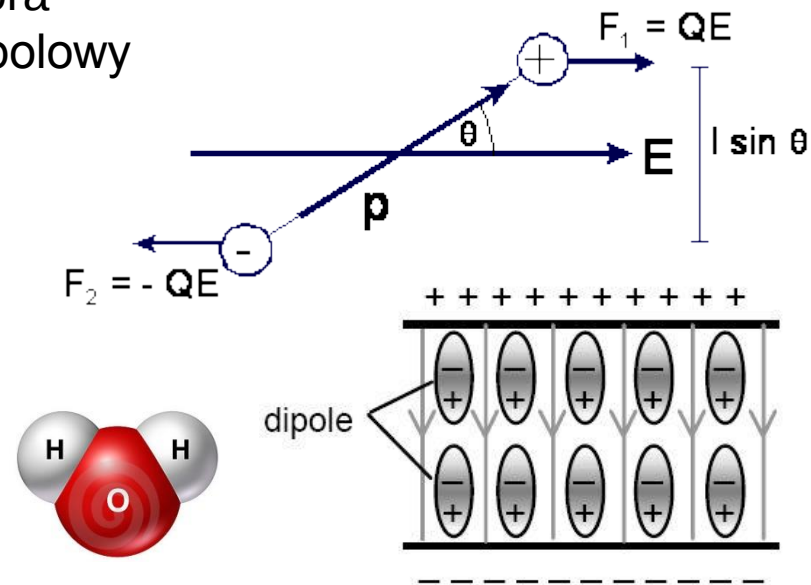


przy dobieraniu
kondensatorów
zwracamy uwagę na
nominalne napięcie!

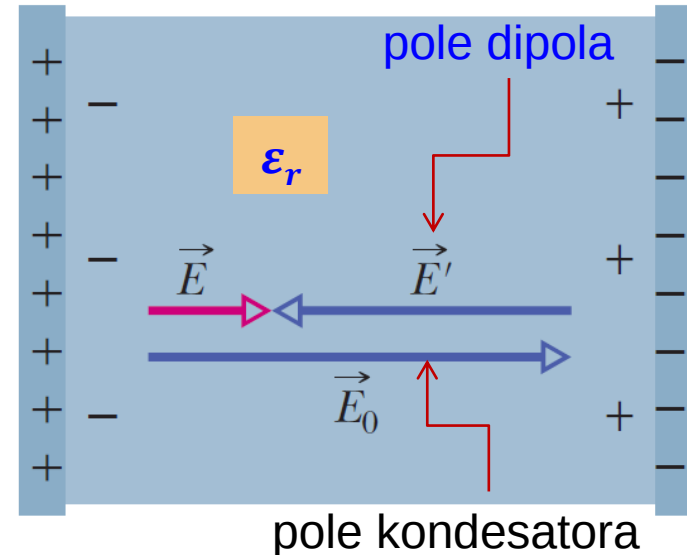
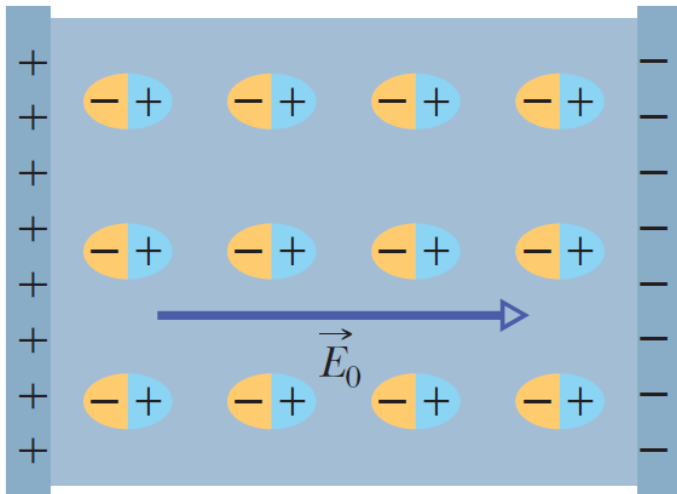


Dielektryki

- ▶ Pojemność kondensatora zwiększa się, gdy zostanie on wypełniony **dielektrykiem**.
- ▶ Dielektryki są substancje posiadające **moment dipolowy**.
- ▶ Dipol to układ ładunków „+” i „-”, moment dipolowy – wektor pokazujący „orientację” dipola, tzn, skierowany od „-” do „+”, o wartości: $p = Q L$
- ▶ Dipol w polu elektrycznym, np. kondensatora obraca się, aby ustawić swój moment dipolowy zgodnie z liniami pola zewnętrznego
- ▶ Dielektryki mają trwały moment dipolowy (np. woda – dielektryki polarne) lub indukowany (niepolarne).
- ▶ W obu przypadkach dielektryki wytwarzają swoje pole o natężeniu skierowanym przeciwnie do pola zewnętrznego



Kondensator z dielektrykiem

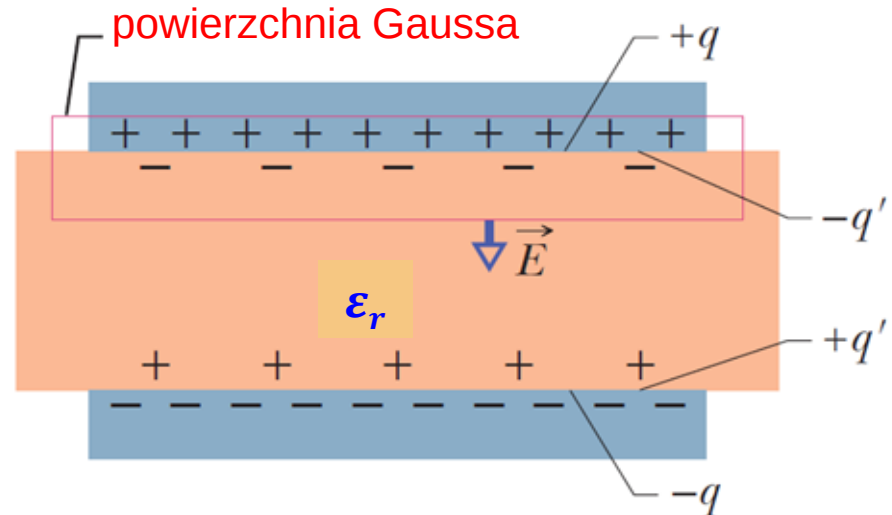
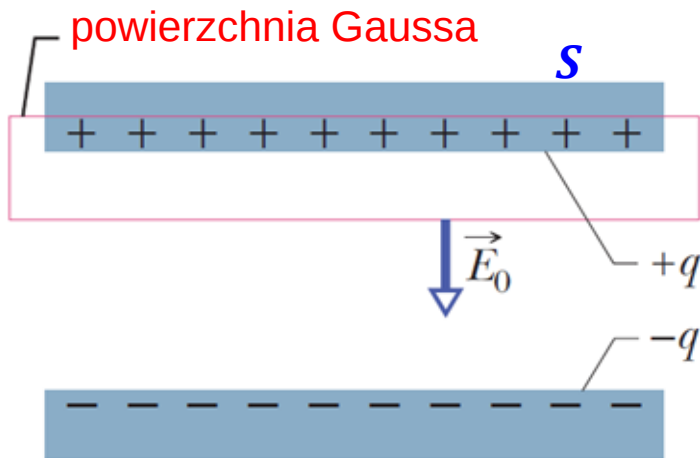


- ▶ Dielektryk jest wciągany pomiędzy okładki kondensatora.
- ▶ Wypadkowe pole kondesatora z dielektrykiem zmniejszyło się.

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

Dielektryki – prawo Gaussa (poprawione!)

- Natężenie pola kondensatora bez dielektryka i z dielektrykiem:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_0 S = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = ES = \frac{1}{\epsilon_0} (q - q')$$

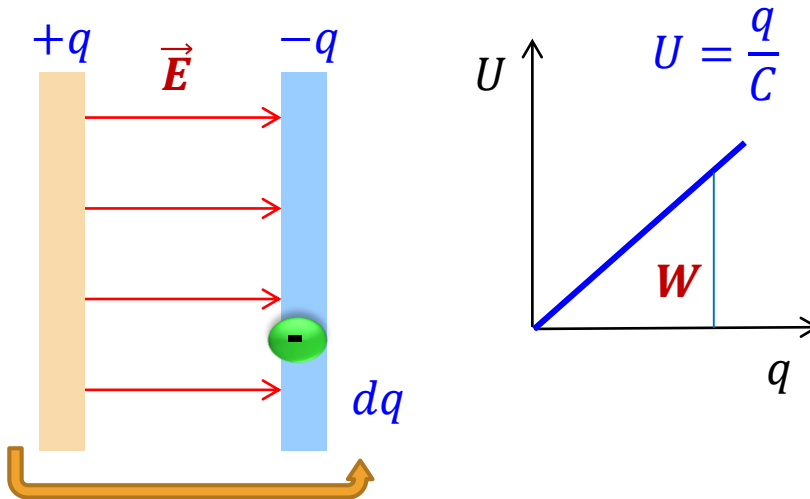
$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{q - q'} \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$q - q' = \frac{q}{\epsilon_r}$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

Energia kondensatora

- ▶ Podczas ładowania kondensatora wykonywana jest praca przez siłę zewnętrzną (źródło napięcia)
- ▶ Ładowanie polega na przenoszeniu ładunku na okładki kondensatora. Gromadzony ładunek wytwarza pole, które powoduje, że do przeniesienia kolejnej porcji ładunku, potrzebna jest coraz większa praca:



Praca: $dW = U dq = \frac{q}{C} dq$

- ▶ Całkowita praca potrzebna do naładowania kondensatora od $q = 0$ do $q = Q$:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

- ▶ Zgromadzona energia:

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

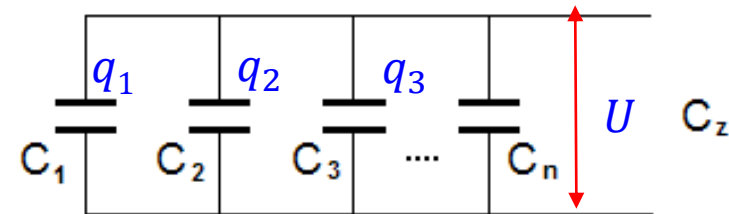
Łączenie kondensatorów

- ▶ W układach elektronicznych kondensatory łączone są w układy równoległe lub szeregowo.
- ▶ Obliczenia obwodów można dokonać definiując **pojemność zastępczą**,
- ▶ W **połączeniu równoległym** wszystkie okładki kondensatora mają to samo **napiecie** (między okładkami każdego kondensatora jest taka sama różnica potencjałów),
 - a skoro pojemność jest stała, to na każdym kondensatorze zgromadzony jest inny ładunek

$$q_i = C_i U$$
$$Q = \sum q_i = (C_1 + C_2 + C_3) U$$

$$C_Z = \frac{Q}{U} = (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C_Z = \sum C_i$$



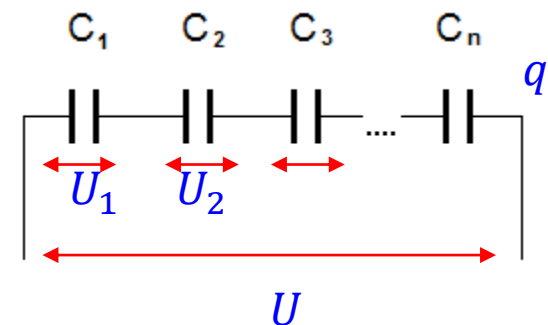
Połączenia kondensatorów

- ▶ W połączeniach szeregowych na każdym kondensatorze gromadzi się taki sam ładunek (por. ładowanie kondensatorów)
 - ponieważ pojemność jest stała – każdy kondensator ma inne napięcie.

$$U_i = \frac{q}{C_i}$$

$$U = \sum U_i = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

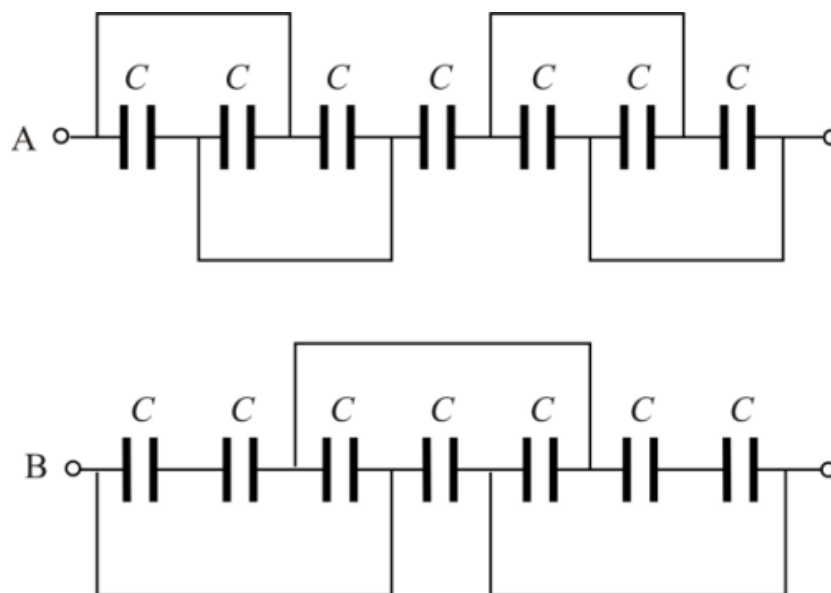
$$C_Z = \frac{q}{U} = q \frac{1}{\sum C_i}$$



$$\frac{1}{C_Z} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Jakie to połączenie? (*)

- Czasem trudno zauważyć, jakie jest połączenie...



Podsumowanie

- ▶ Demonstracje:
 - Ładunki, elektryzowanie
 - Kondensatory
- ▶ Prawo Gaussa, strumień pola.
 - Przykłady
- ▶ Kondensator – pojemność, energia, połączenia
- ▶ Dielektryki

Typowe napięcia

- ▶ Baterie -1-9 V (DC)
- ▶ Akumulator samochodowy 12 V
- ▶ Lampy TV –kilowolty 10^3 V
- ▶ 220 V (AC)
- ▶ Linie przesyłowe 1000 kV AC
- ▶ 12-50 kV zasilanie tramwajów
- ▶ Generator Van der Graffa

Można osiągnąć różnicę potencjałów pomiędzy czaszą a ziemią rzędu **milionów wolt** – 10^6 V.

