



Politechnika Wroclawska

Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

(Dżipiesomania)

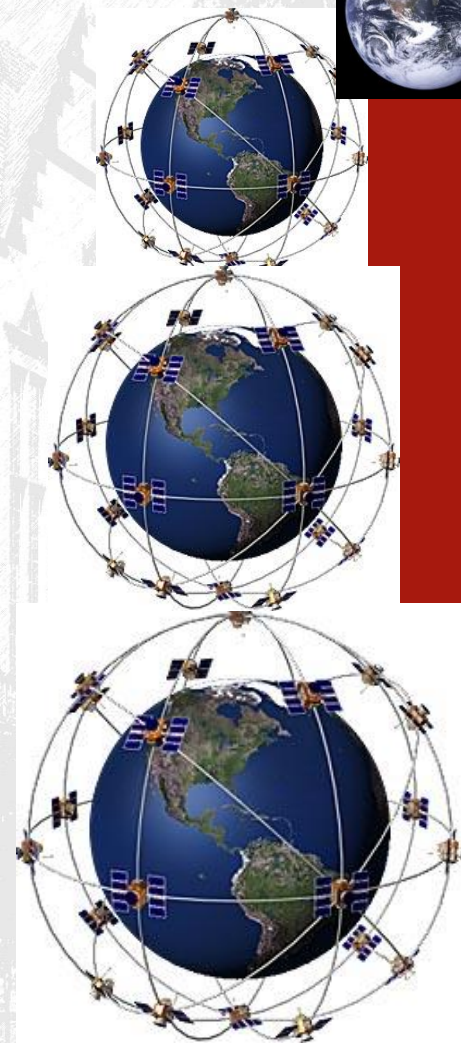
**dr hab. inż. Włodzimierz Salejda, prof. nadzw. PWr,
Instytut Fizyki PWr**

e-mail: wlodzimierz.salejda@pwr.wroc.pl

<http://www.if.pwr.wroc.pl/~wsalejda/>

Cykl wykładów popularno-naukowych

Wrocław, 15 III 2006



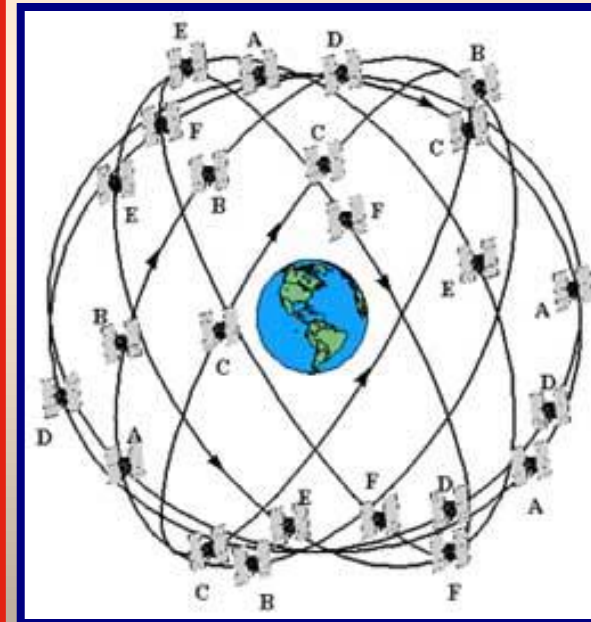
Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Gdzie jestem i dokąd zmierzam?

Dwa ważne pytania i problemy:

- 1. Gdzie znajduję się w danej chwili?**
- 2. Jak dostać się z miejsca A do B?**

Wyznaczenie aktualnego położenia (pozycjonowanie) oraz nawigacja, to dwa odwieczne problemy, z którymi radzić sobie musieli dawniej wędrowcy, podróżnicy, żeglarze, a dziś kierowcy, marynarze, piloci, turyści, globtroterzy, wędrownicy.



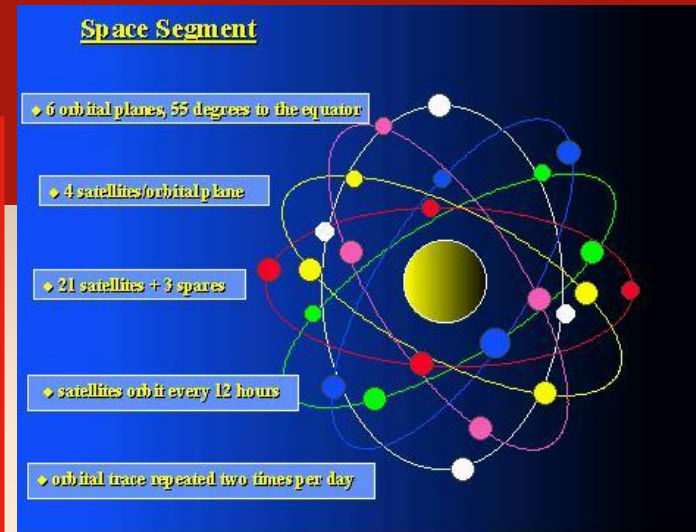


GPS – co to jest?

Satelitarny Układ Nawigacji Globalnej

- Pierwszy GPS sfinansował i dziś kontroluje Departament Obrony USA.
- GPS generuje i wysyła sygnały elektromagnetyczne, które przetwarzają odbiorniki GPS, co umożliwia użytkownikowi wyznaczyć swoje położenie, prędkość i czas.
- Cztery GPS satelitarne sygnały są używane do wyznaczenia położenia w 3-wymiarowej przestrzeni oraz czasu (offset niedokładności czasu odbiornika).

Nazwa ang. **Global Navigation Satellite System (GNSS)**





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Elementy strukturalne GPS

- 24 (29) satelity orbitujące na wysokości 20 183 km w 6 różnych płaszczyznach nachylonych do płaszczyzny równika pod kątem 54° o czasie obiegu Ziemi równym 11 h i 58 minut wyposażonych w dwa zegary atomowe mierzące czas z dokładnością 4 nanosekund(!) na dobę.
- System naziemnych stacji m.in. monitorujących funkcjonowanie i położenia satelitów, synchronizujących zegary atomowe, sterujących funkcjonowaniem GPS.

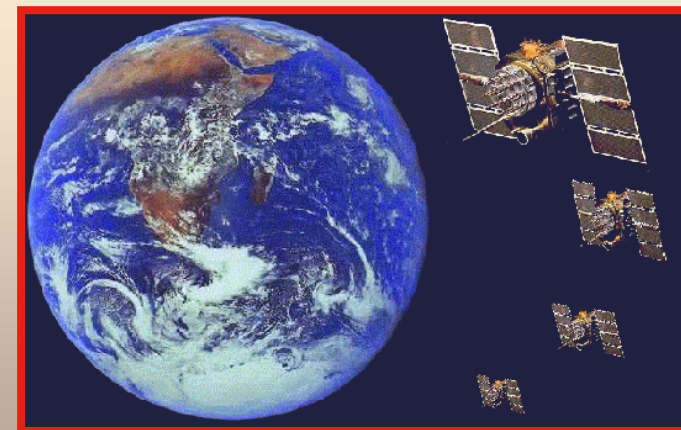
Nawigacja odbywa się w układzie ziemskim (nieinercyjnym, obracającym się wraz z Ziemią); GPS używa układu poruszającego się razem z Ziemią po orbicie okołosłonecznej oraz układu gwiazdowego (nieruchomego, inercyjnego).

Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Elementy składowe GPS – segment satelitarny

Składa się z 24 satelitów (space vehicles SVs), które wysyłają sygnały w przestrzeń okołoziemską. Bywa, że segment ten zawiera więcej niż 24 satelitów, ponieważ niektóre z nich są zastępowane przez nowo-cześniejsze. Obecnie orbituje 29.

Każdy satelita okrąży Ziemię w czasie 12 godzin (bez 2 sek.) na wysokości 20 183 km. Satelita pojawia się raz na 24 godziny nad tym samym punktem globu (4 minuty wcześniej każdego dnia). Na GPS składa się 6 orbitalnych płaszczyzn, po których krążą nominalnie 4 pojazdy; odległość kątowna między płaszczyznami wynosi 60 stopni. Płaszczyzny te są nachylone do płaszczyzny równika pod kątem 55° . Taka konstelacja zapewnia użytkownikowi kontakt elektromagnetyczny z 5, 6, 7 lub 8 satelitami niezależnie od miejsca położenia na Ziemi.

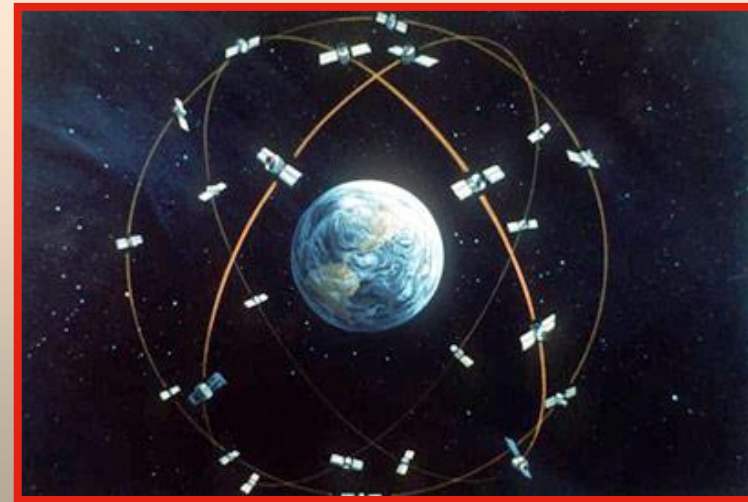


DLaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Elementy składowe GPS – segment satelitalny

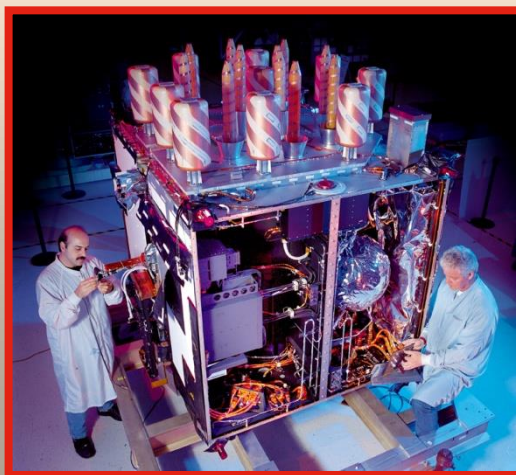
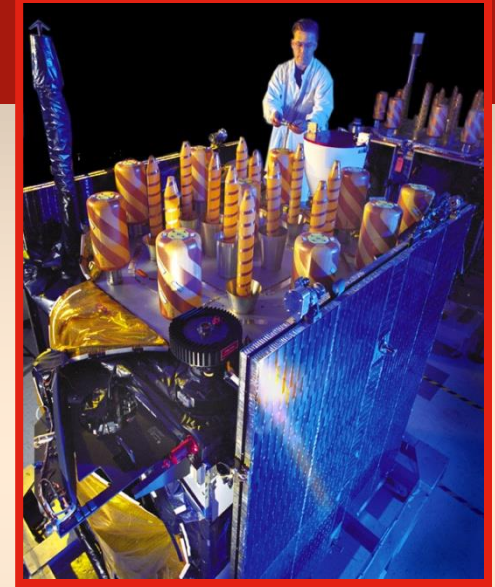
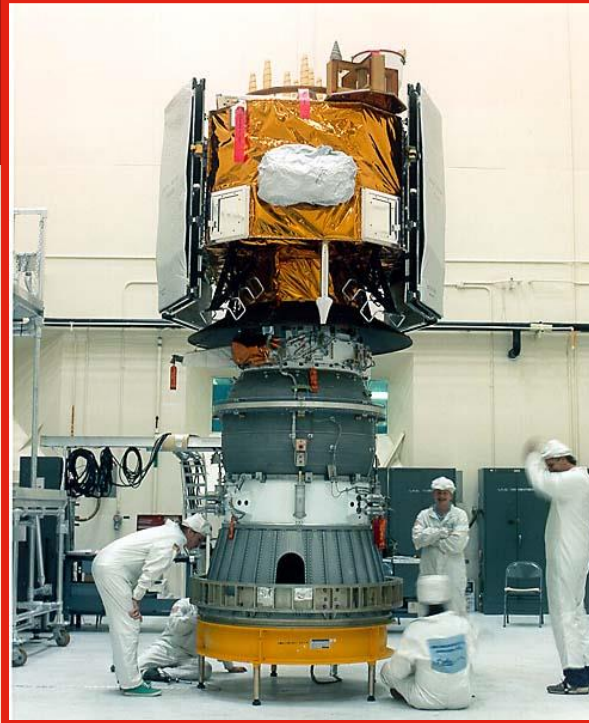
Płaszczyzny te są nachylone do płaszczyzny równika pod kątem 55° . Taka konstelacja satelitów GPS zapewnia użytkownikowi kontakt elektromagnetyczny z 5, 6, 7 lub 8 satelitami niezależnie od miejsca położenia odbiornika na Ziemi.

Na pokładzie każdego satelity znajdują się 4 zegary atomowe – 2 cezowe i 2 rubidowe. Mierzą czas z dokładnością do 4 nanosekund na dobę. Satelity emitują elektromagnetyczne sygnały, które wykorzystują odbiorniki naziemne do wyznaczania położenia na powierzchni Ziemi oraz czasu.

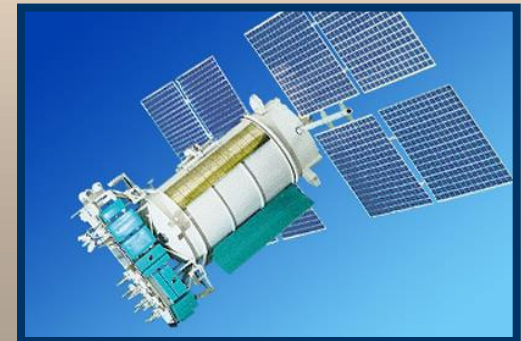




Producent: Lockheed Martin USA; www.lockheedmartin.com/GPS/



GLONASS, satelita, Rosja





Zdjęcia ze startu rakiety nośnej



Ben Cooper



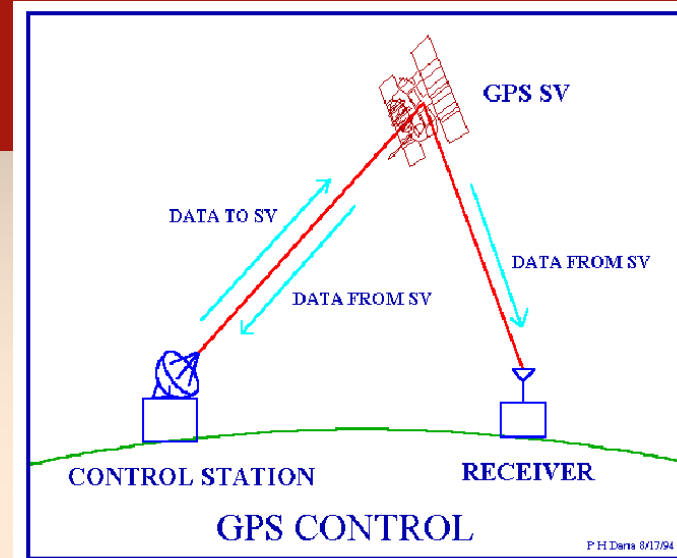
Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Elementy składowe GPS

Segment kontroli, czyli stacje naziemne (1)

Jest to rozmieszczony na kuli ziemskiej system naziemnych stacji monitorujących (sterujących i kontrolujących) funkcjonowanie satelitów (pod adresem [GPS Master Control and Monitor Network](#) znajduje się mapa tego segmentu).

Elementy segmentu naziemnego (1)

1. Główne naziemne centrum GPS znajduje się w bazie sił powietrznych w stanie Colorado USA (tzw. Master Control Station); wysyła i odbiera sygnały ze wszystkich satelitów. Komputery pokładowe satelitów wyznaczają położenia satelitów (efemerydy) oraz poprawki czasu dla zegarów pokładowych (time offset). Stacja naziemna wysyła dane dotyczące położenia satelity oraz czasu do każdego satelity. Satelity przesyłają, drogą radiową, te dane (swoje aktualne położenie i czas) do odbiorników naziemnych GPS



GPS Control Monitor



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Elementy składowe GPS

Elementy segmentu naziemnego (2)

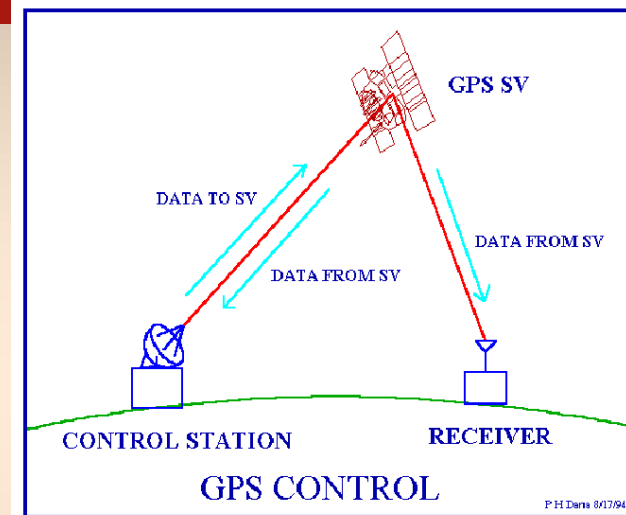
2. Wspomagająca naziemna stacja kontrolna (Backup Master Control Station) zlokalizowana w stanie Maryland.

3. Cztery naziemne anteny zapewniające:

- stałą łączność pomiędzy centrum naziemnym a satelitami,
- śledzenie trajektorii satelitów,
- pomiary telemetryczne (zdalne).

TELEMETRIA dziedzina techniki (miernictwa i telekomunikacji)

zajmująca się zdalnym mierzeniem wielkości fiz. i przekazywaniem (zwykle automatycznym) wyników tych pomiarów na odległość



GPS Control Monitor





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Elementy składowe GPS

Elementy segmentu naziemnego (3)

4. Sześć stacji monitorujących rozmieszczonych w pobliżu równika





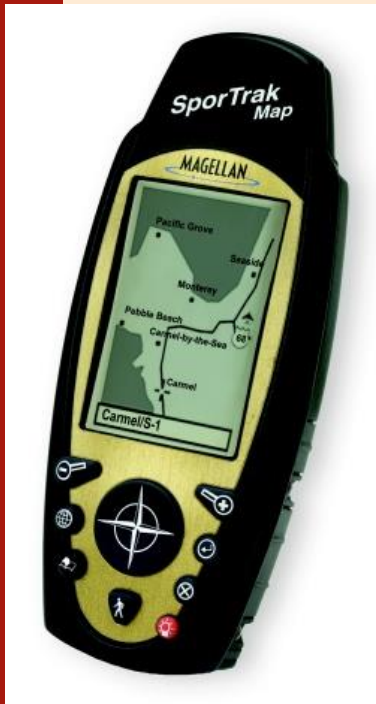
Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Elementy składowe GPS

Segment użytkowników

Składa się z odbiorników GPS i społeczności użytkowników. Odbiorniki GPS konwertują sygnały satelitarne na położenie, prędkość i czas. W celu wyznaczenia położenia (X,Y,Z) oraz czasu t są niezbędne sygnały pochodzące od 4 satelitów.

Nawigacja to podstawowe zadanie GPS. Odbiorniki GPS wykorzystuje lotnictwo, statki, pojazdy naziemne oraz indywidualni użytkownicy.

Dokładny czas (timing) jest wykorzystywany w obserwatoriach astronomicznych, telekomunikacji, w laboratoriach specjalistycznych (precyzyjne pomiary czasu i częstotliwości), do testowania teorii względności, monitorowania względnego ruchu fragmentów skorupy ziemskiej (kontynentów).





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Odbiorniki GPS





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Dokładność danych

Niska dokładność

Standardowa bezpłatna usługa pozycjonowania

- ❑ 100 metrów w kierunku poziomym
- ❑ 160 metrów w kierunku pionowym
- ❑ 340 nanosekund

Większa dokładność

Autoryzowani użytkownicy z odpowiednim sprzętem

- ❑ 10-20 metry w kierunku poziomym
- ❑ 30 metrów w kierunku pionowym
- ❑ 200 nanosekund



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Użytkownicy

Naukowcy, laboratoria naukowe, sportowcy, farmerzy (USA), żołnierze, piloci, ratownicy, turyści, kierowcy samochodów dostawczych i transportowych, firmy transportowe (dyspozytorzy), systemy penitencjarne, żeglarze, drwale, strażacy, geografowie, geodeci i inni

używają odbiorników GPS,

co zwiększa ich produktywność, czyni życie bezpieczniejszym i łatwiejszym.

Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Jak działa GPS?

1. Odbiornik GPS wyznacza odległość od satelity ze wzoru:
ODLEGŁOŚĆ (DROGA) = PRĘDKOŚĆ × CZAS
2. GPS odmierza i mierzy bardzo dokładnie CZAS.
3. GPS monitoruje trajektorie satelitów oraz wysyła informacje o ich parametrach; znajomość dokładnego położenia satelitów w przestrzeni jest niezbędna.
4. Trilateracja satelitarna pozwala wyznaczyć położenie obiektu na powierzchni Ziemi lub w jej przestrzeni okołozemskiej
5. Wprowadzenie poprawek wynikających z położenia satelity oraz drogi przebywanej przez sygnał elektromagnetyczny w warstwach atmosfery





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Tri(Cztero)lateracja w GPS. Jak wyznaczana jest odległość do satelity?

Wyznaczanie odległości d_1 , d_2 , d_3 i d_4 .

$$d_i = c \times t_i,$$

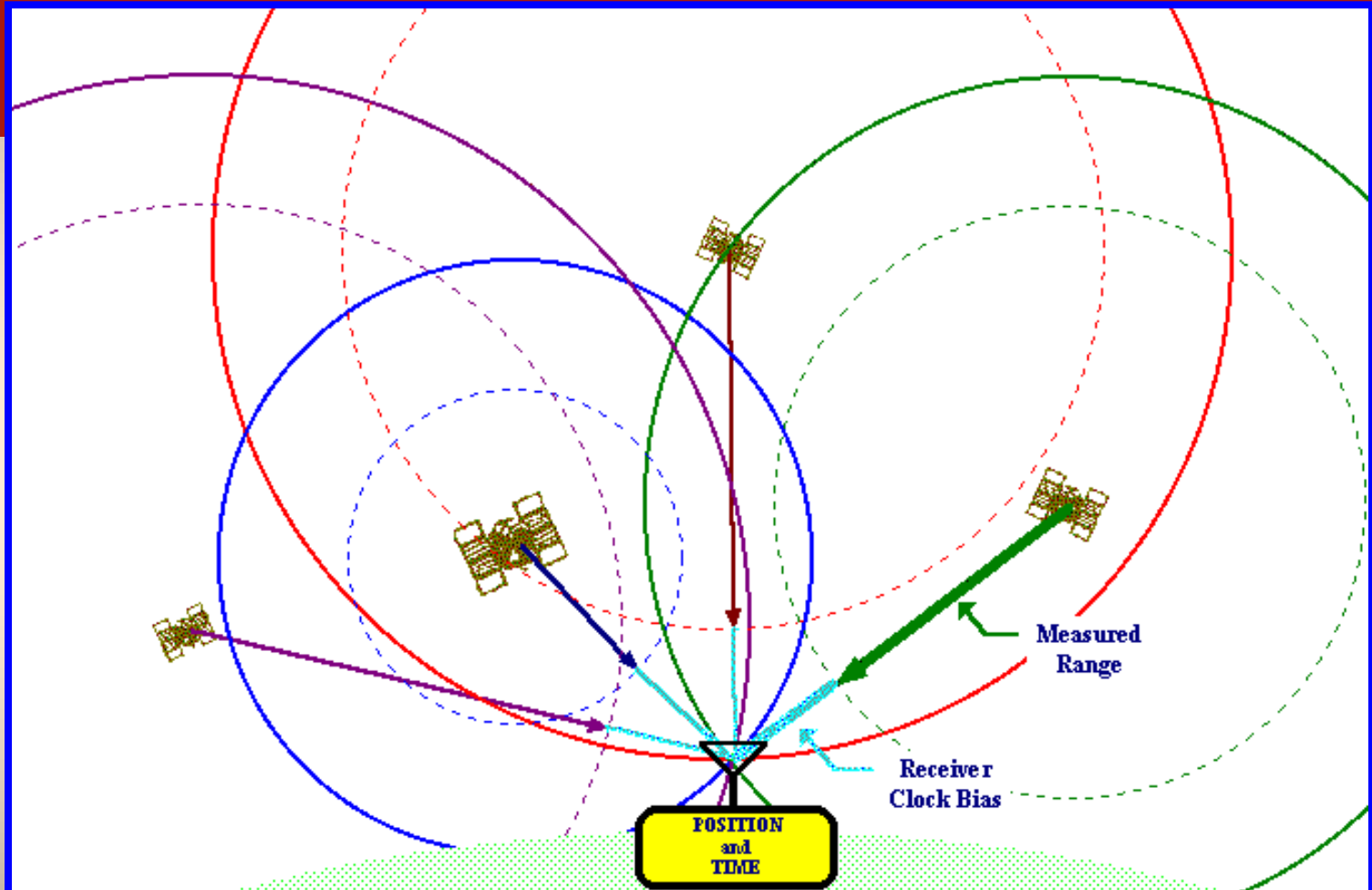
gdzie $i = 1, 2, 3, 4$.

Czynnikami decydującymi o dokładności d_1 , d_2 , d_3 i d_4 są:

- 1. Pomiary czasów t_1 , t_2 , t_3 i t_4 .**
- 2. Znajomość prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w atmosferze ziemskiej.**



Tri(Cztero)lateracja w GPS



The GPS Navigation Solution
The estimated ranges to each satellite intersect within a small region when the receiver clock bias is correctly estimated and added to each measured relative range.



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Tri(Cztero)lateracja w GPS

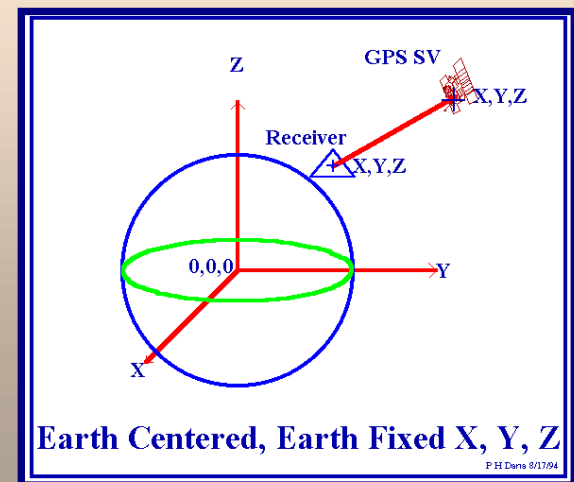
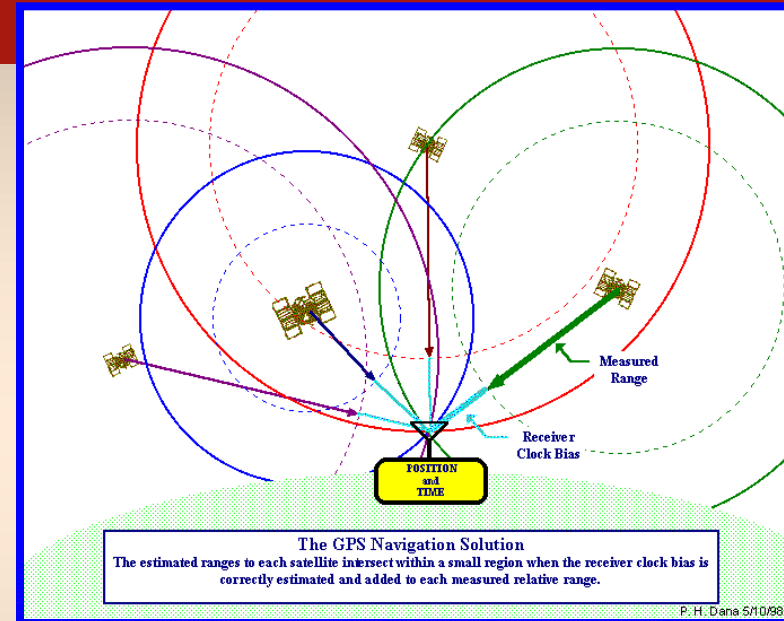
Podsumowanie

- 1. Położenie obiektu jest wyznaczane na podstawie znajomości jego odległości od satelitów.**
- 2. Konieczna jest dokładna znajomość położenia 4 satelitów.**

Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Jak pozycjonuje GPS?

Położenie odbiornika znajduje się w miejscu, w którym przecinają się 4 sfery o środkach w miejscu chwilowego położenia satelitów (Intersection of Range Spheres)

- Satelita wysyła sygnały do odbiornika. Na ich podstawie odbiornik określa położenie satelitów w chwili wysłania sygnału.
- Co najmniej 4 satelity są potrzebne do określenia położenia odbiornika i czasu. Współrzędne położenia są określane w różnych układach odniesienia (Earth-Centered, Earth-Fixed X, Y, Z (ECEF XYZ) coordinates; ECEF X, Y, and Z)
- Czas jest potrzebny do skorygowania czasu zegarów odbiornika, których dokładność jest niska (dlatego odbiorniki są względnie tanie) GPS SV and Receiver XYZ



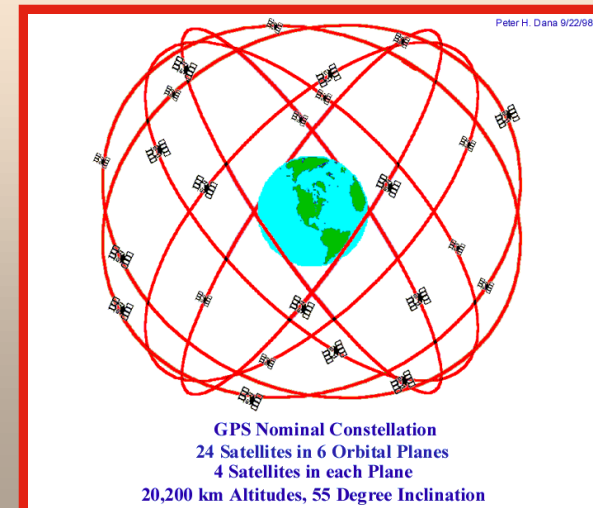
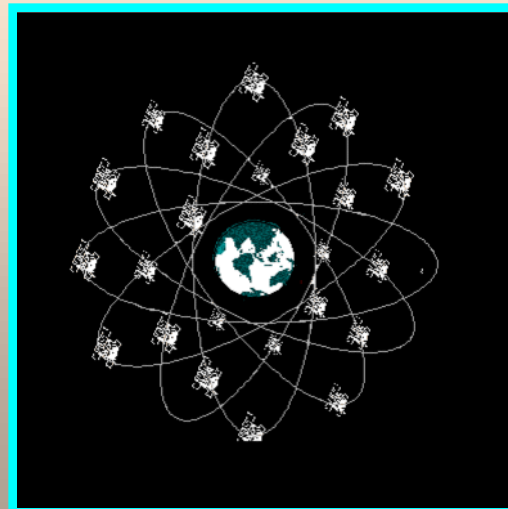


Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Korekty

Kwestią najważniejszą jest dokładny pomiar czasu. GPS wyznacza czas potrzebny na przebycie drogi od satelitów do odbiornika uwzględniając:

- małą dokładność zegara odbiornika;
- różne prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w warstwach atmosfery,
- efekty relatywistyczne





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Co jeszcze mierzy GPS?

System wyznacza prędkość odbiornika:

- na podstawie zmiany jego położenia lub
- z wykorzystaniem efektu Dopplera – zmiana częstotliwości fali elektromagnetycznej wywołana ruchem obiektu.

Każdy satelita jest wyposażony w 4 zegary atomowe: dwa cezowe i dwa rubidowe.

Praca pokładowych zegarów atomowych jest monitorowana przez naziemne stacje.





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Jak GPS wyznacza położenie? (1)

Fizyczna zasada działania GPS

Wyznaczenie czasoprzestrzennego położenia obiektu na powierzchni Ziemi: (T_Z, R_Z)

$$|R_Z - r_i|^2 = c^2 (T_Z - t_i)^2,$$

gdzie $i = 1, 2, 3, 4$, t_i oraz r_i są czasem i położeniem i -tego satelity.

Satelity przekazują do obiektu naziemnego położenia r_i oraz czasy t_i wysłania sygnału. Odbiornik GPS porównuje t_i z czasem własnym i wyznacza odległość $c(T_Z - t_i)$ przebytą przez sygnał elektromagnetyczny wysłany przez satelitę. Położenie (T_Z, R_Z) wyznacza odbiornik GPS rozwiązując układ 4 powyższych równań względem 4 niewiadomych, tj. (T_Z, R_Z) , gdzie R_Z jest wektorem.



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Jak GPS wyznacza położenie? (2)

Algorytm matematyczny wyznaczenie czasoprzestrzennego położenia obiektu na powierzchni Ziemi: (T_Z, R_Z) na podstawie 4 sygnałów emitowanych z pokładów 4 satelitów GPS.

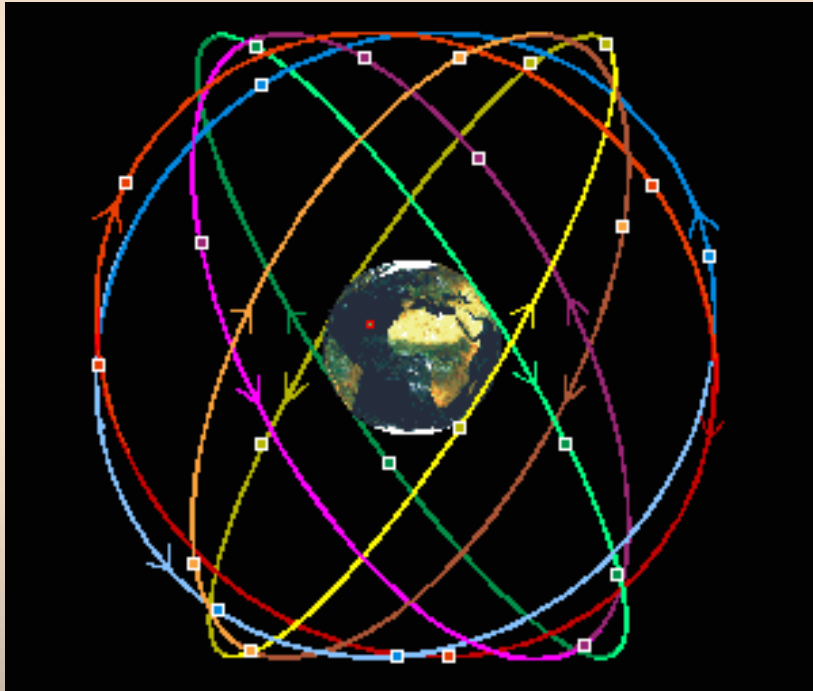
Założmy, że obiekt o współrzędnych (T_Z, R_Z) odbiera jednocześnie 4 sygnały wyemitowanych przez 4 satelity znajdujące się w położeniach: r_1, r_2, r_3, r_4 w chwilach czasu odpowiednio t_1, t_2, t_3 i t_4 . Wtedy szukane położenie

(T_Z, R_Z) znajdujemy rozwiązując jednocześnie układ czterech równań

$|R_Z - r_i|^2 = c^2(T_Z - t_i)^2$ dla $i=1,2,3,4$. Sygnały wysyłane przez satelity przekazują do obiektu naziemnego: położenie r_i i -tego satelity, czas wysłania sygnału t_i ; odbiornik GPS porównuje t_i z czasem własnym i wyznacza odległość $c(T-t_i)$ przebytą przez sygnał elektromagnetyczny wysłany przez satelitę.



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Jak GPS wyznacza położenie? (3)



Trilateracja





Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Czas – ujęcie encyklopedyczne (2)

Ogólna teoria względności opisuje związek czasoprzestrzeni z polem grawitacyjnym i rozkładem materii; zgodnie z tą teorią czas jest zależny od rozkładu materii; niezmienniczy, niezależny od wyboru układu odniesienia charakter mają nie odstępy czasu i odległości przestrzenne, ale odległości między zdarzeniami w czasoprzestrzeni.



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Teoria względności i GPS (2)

GPS odmierza czas z dokładnością $4 \cdot 10^{-9}$ sekundy na dobę!

Co to praktycznie oznacza?

Po upływie jednej doby zegary atomowe na pokładach satelitów muszą być korygowane z dokładnością do 4 nanosekund!

Efekty przewidziane szczególną i ogólną teorią względności są rzędu

setek i tysięcy nanosekund!

Nie uwzględnienie tych efektów uczyniłoby GPS bezużytecznym!



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Teoria względności i GPS (3)

Efekty

1. Pole grawitacyjne wpływa na tempo upływu czasu – zegary atomowe spóźniają lub spieszą się w zależności od ich odległości od źródła pola grawitacyjnego znajdującego się w środku Ziemi; praktycznie oznacza to istnienie efektu zwanego przesunięciem ku fioletowi częstości fal elektromagnetycznych emitowanych z satelity w kierunku powierzchni Ziemi (zegary na powierzchni Ziemi idą wolniej od satelitarnych; im bliżej centrum pola grawitacyjnego, tym wolniejszy upływ czasu); jest to efekt wynikający z przestrzennego położenia zegarów ziemskich i satelitarnych w polu grawitacyjnym



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Teoria względności i GPS (4)

Efekty

2. Dylatacja czasu – zegary atomowe orbitalne i ziemskie są w ruchu względnym, co powoduje przesunięcie dopplerowskie częstości (zmianę częstości; tempo upływu czasu na zegarach ruchomych jest wolniejsze; zegary będące w ruchu spóźniają się względem zegarów spoczywających).
3. Efekt Sagnac'a – dobowy ruch obrotowy Ziemi oraz ruch orbitalny satelitów; wnosi błędy pomiaru czasu rzędu 200 nanoseknd na dobę.
4. Efekt grawitomagnetyczny – dobowy obrót pola magnetycznego Ziemi, wpływa na tempo upływu czasu; poprawki są rzędu pikosekund na dobę, są do zaniedbania.



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Teoria względności i GPS (5)

Efekty – zajmiemy się dalej oszacowaniem wpływu dwóch pierwszych (stacjonarnego pola grawitacyjnego oraz dylatacji czasu) na funkcjonowanie GPS, tj. pomiar czasu



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Teoria względności i GPS (8)

Jakiego rzędu są efekty relatywistyczne?

Przesunięcie ku fioletowi oznacza, że zegar na orbicie spieszy się względem ziemnego (zegary na orbicie idą szybciej), bo $f_s/f_z = 1 - D < 1$.

W ciągu doby różnica we wskazaniach zegarów osiąga $\Delta t = 45\,700\text{ ns} = 45,7\text{ mikrosekund}$.

W tym czasie światło przebywa odległość

$$\Delta l = 13\,710\text{ m} \approx 14\text{ km}.$$



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?

Teoria względności i GPS (9)

Jakiego rzędu są efekty relatywistyczne?

Przesunięcie kinematyczne częstości w stronę czerwieni.
Uwzględniamy ruch zegarów ziemskich i satelitarnych

$$\frac{d\tau_z}{d\tau_s} = \sqrt{\frac{1 - \frac{v_z^2}{c^2}}{1 - \frac{v_s^2}{c^2}}},$$

$$v_s = 3\,874 \text{ m/s}, v_z = 465 \text{ m/s}; (1-x)^{1/2} \approx 1-x/2$$

$$\frac{d\tau_z}{d\tau_s} = 1 - \frac{v_z^2}{2c^2} + \frac{v_s^2}{2c^2} = 1 + \frac{1}{2c^2} (v_s^2 - v_z^2) = 1 + B,$$

gdzie $B > 0$. Oznacza to, że stosunek częstości zegara na orbicie i na Ziemi wynosi $f_s/f_z = 1 + B > 1$.

Przesunięcie ku czerwieni!

Zegary atomowe na orbicie spóźniają się!



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Teoria względności i GPS (10)

Jakiego rzędu są efekty relatywistyczne?

Przesunięcie ku czerwieni powoduje, że zegar na orbicie spóźnia się względem ziemskiego (idzie wolniej), bo $f_s/f_z = 1 + B > 1$.

W ciągu doby różnica we wskazaniach zegarów osiąga $\Delta t = 7\ 100\ \text{ns} = 7,1\ \text{mikrosekundy}$.

W tym czasie światło przebywa odległość

$$\Delta l = 2\ 130\ \text{m} \approx 2\ \text{km}.$$



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Teoria względności i GPS (11)

Jakiego rzędu są wspomniane 2 efekty relatywistyczne?

$$\frac{d\tau_z}{d\tau_s} = 1 - \frac{2GM_z}{R_z c^2} - \frac{v_z^2}{2c^2} + \frac{2GM_z}{R_s c^2} + \frac{v_s^2}{2c^2} = 1 - D + B > 1.$$

Wypadkowa różnica czasu na zegarze ziemskich i satelitarnym (efekt przesunięcia częstości ku fioletowi i czerwieni)

jest rzędu $\Delta t = 39\,000$ ns = 39 mikrosekund.

W rezultacie zegar atomowy na orbicie spieszy się względem ziemnego (idzie szybciej) o 39 mikrosekund na dobę.

W tym czasie światło przebywa odległość $\Delta l = 11\,700$ m \approx 12 km.



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest?
Rozwój GPSu – różnicowy GPS

W celu udokładnienia pozycjonowania przez GPS wzbogacono go o tzw. różnicowy GPS (Differential GPS) oraz system referencyjnych stacji naziemnych, co umożliwia określenie położenia z dokładnością rzędu metrów!



Dlaczego system GPS latającym Einsteinem jest? Teoria względności i GPS

Stwierdzenie końcowe

GPS funkcjonuje m.in. wyłącznie i dzięki temu, że superdokładne pomiary czasu na odległych i ruchomych zegarach atomowych są w trybie ciągłym korygowane z uwzględnieniem przewidywań teorii względności Alberta Einsteina!



Dlaczego GPS latającym Einsteinem jest?

Uzasadnienie tytułu wykładu

1. Czas nie jest wielkością absolutną.
2. Czas jest czwartą współrzędną.
3. Tempo upływu czasu zależy od:
 - ruchu zegara,
 - pola grawitacyjnego,
 - ruchu obrotowego źródła pola grawitacyjnego Ziemi,
 - ruchu obrotowego pola magnetycznego Ziemi.

Są to idee **A. Einsteina**, które włączył do swoich teorii względności (szczególnej i ogólnej), a które zastosowano z powodzeniem przy projektowaniu i funkcjonowaniu GPS.

Dlatego GPS latającym (nad nami) Einsteinem jest!!!!



Nowoczesny GPS XXI wieku

SYPOR

System POzycjonowania Relatywistycznego (GALILEO)

**Podsystem naziemnych stacji kontrolnych
będzie przeniesiony w przestrzeń kosmiczną.**

**Układem odniesienia
(układem współrzędnych)
będzie układ satelitów.**