

ZESTAW 2
Kinematyka

1. Ruch pewnego ciała można w kartezjańskim układzie współrzędnych opisać równaniami:
$$v_y(t) = v_{0y} - g \cdot t$$
$$y(t) = v_{0y} \cdot t - g \cdot t^2/2,$$
gdzie: v_y i g to współrzędne prędkości i przyspieszenia, a t oznacza czas, a $v_{0y}=10$ m/s.
 - a) Wyznacz kształt toru, po którym porusza się to ciało.
 - b) Oblicz czas wznoszenia t_w i maksymalną wysokość h_{max} na jaką wzniesie się to ciało.
 - c) Udowodnij, że czas wznoszenia jest równy czasowi spadania oraz, że szybkość początkowa i końcowa są równe.
 - d) Narysuj wykresy $y(t)$, $v_y(t)$ i $a(t)$ w przedziale czasu $[0, 2t_w]$.
 - e) Oblicz, na jakiej wysokości znajdzie się ciało po połowie czasu wznoszenia i jaka będzie wówczas wartość jego prędkości.
 - f) Oblicz, po jakim czasie (t_1 i t_2) ciało znajdzie się na połowie maksymalnej wysokości i jaka będzie wówczas jego szybkość.
2. W rzucie ukośnym prędkość początkowa ciała może być wyrażona wzorem:
 $\vec{v}_0 = [v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha]$, a przyspieszenie $\vec{a} = [0, -g]$, gdzie $g = \text{const}$ oraz położenie początkowe $\vec{r}_0 = [0, 0]$.
Wyrazić wektor położenia ciała $\vec{r}(t)$ w zależności od czasu.
3. Ciało spadające swobodnie przebywa ostatnie $h_1=20$ m swej drogi w ciągu $t_1=0.5$ s. Znaleźć wysokość h , z jakiej spada to ciało.
4. Samolot bojowy leci równoległe do ziemi na wysokości H z prędkością v . Gdy samolot przelatuje nad działem przeciwlotniczym, z działu oddano strzał. Jaki powinien być kąt nachylenia działu, aby kula trafiła w samolot, jeżeli prędkość kuli wynosi v_0 ?
5. Z brzozy szczeliny o gładkich ścianach oddległych od siebie o x_0 wystrzelono małą kulkę stalową z prędkością v_{0x} w kierunku poziomym. Kulka odbija się od ścian szczeliny opadając w dół. W jakich odległościach znajdują się punkty kolejnych odbić kulki od ścian szczeliny?
6. Na wzgórzu znajduje się cel widoczny pod kątem $\alpha=10^\circ$ względem poziomu z miejsca stacjonowania baterii artylerii. Odległość w kierunku poziomym od baterii wynosi $d=2$ km. Do celu żołnierze strzelają przy kącie podniesienia lufy $\beta=30^\circ$. Wyznaczyć prędkość początkową v_0 pocisku trafiającego w cel.
7. Karabin jest wycelowany w tarczę odległą od niego o 30 metrów. Kula trafia w tarczę 2 cm poniżej punktu, do którego celowano. Oblicz czas lotu kuli i prędkość z jaką ją wystrzelono.
8. Samolot musi wypuścić kapsułę ratowniczą dla rozbitka na morzu. Prędkość samolotu wynosi 200 km/h i leci on na wysokości 500 m. Wyznacz kąt α , pod jakim pilot widzi rozbitka w chwili najlepszej do opuszczenia kapsuły. b) Wyznacz prędkość kapsuły w chwili, gdy wpada ona do wody (wyraż ją poprzez wersory i długość i kierunek wektora).