

ZESTAW 1
Wektory

1. Dane są dwa wektory: $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ i $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$. Obliczyć:
 - a) długość każdego wektora,
 - b) iloczyn skalarny $\vec{a} \cdot \vec{b}$
 - c) kąt zawarty między nimi,
 - d) sumę i różnicę $\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{a} - \vec{b}$,
 - e) iloczyn wektorowy $\vec{a} \times \vec{b}$.
2. Dwa wektory $\vec{u}$ i $\vec{w}$ mają współrzędne: $\vec{u} = (-2, 2, 0)$, $\vec{w} = (1, -1, 0)$.
 - a) Oblicz kąt zawarty pomiędzy wektorami $\vec{u}$ i $\vec{w}$.
 - b) Znajdź wektor $\vec{c}$ prostopadły do $\vec{u}$ i $\vec{w}$.
3. W kartezjańskim układzie współrzędnych punkt P ma współrzędne (P_x, P_y) . Znaleźć współrzędne (P'_x, P'_y) punktu P w układzie, którego osie tworzą kąt α z osiami układu (x, y) . Sprawdzić, że przy obrocie układu odległość punktu P od początku układu nie zmienia się.
4. Sprawdzić, czy wektory $\vec{u} = [1, 1, 0]$, $\vec{v} = [1, -1, 0]$ i $\vec{w} = [0, 0, 1]$ są do siebie prostopadłe.
5. Znaleźć współczynniki (α, β, γ) przedstawienia wektora $\vec{a} = [3, 2, 1]$ przez wektory z poprzedniego zadania.
6. Wykazać, że jeśli $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, to $\vec{a}$ jest prostopadły do $\vec{b}$.
7. Krawędzie równoległościanu zadane są wektorami $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{b} = 4\hat{j}$ i $\vec{c} = \hat{j} + 3\hat{k}$ wychodzącymi z początku układu współrzędnych. Oblicz objętość tego równoległościanu.
8. Jaki kąt tworzą z sobą dwie wewnętrzne przekątne sześcianu? (Przekątna wewnętrzna łączy dwa wierzchołki i przechodzi przez środek).
9. Pilot chce osiągnąć punkt 200 km na wschód od aktualnego położenia. Wiatr wieje z prędkością 30 km/h z północnego zachodu. Wyznacz wektor prędkości samolotu względem powietrza, jeśli zgodnie z planem samolot powinien dotrzeć do celu po 40 min.
10. W kartezjańskim układzie współrzędnych punkt P ma współrzędne (P_x, P_y) . Znaleźć współrzędne (P'_x, P'_y) punktu P w układzie, którego osie tworzą kąt α z osiami układu (x, y) . Sprawdzić, że przy obrocie układu odległość punktu P od początku układu nie zmienia się.