

Kinematyka III

1. Zabłąkany turysta chce dotrzeć do leśniczówki znajdującej się w rzadkim lesie. Idzie szosą, a z GPSu odczytał, że, droga do niej odchodzi prostopadłe od szosy w odległości a od niego. Odległość od szosy do leśniczówki wynosi b . Turysta postanawia iść na skróty, w którym miejscu powinien zejść z szosy, aby dostać się do celu w najkrótszym czasie? Prędkość marszu po szosie wynosi v_1 , po lesie v_2 .
2. Lampa znajdująca się w odległości 3 m od ściany obraca się jednostajnie wokół osi pionowej z częstością 0.5 s^{-1} . Rzucona przez nią plamka świetlna porusza się po poziomej prostej. Oblicz prędkość plamki w chwili 0.1 s, jeśli czas zaczęto mierzyć od momentu, gdy promień świetlny padał prostopadłe na ścianę.
3. Dwa pociągi jadą po tym samym torze i w tym samym kierunku. Prędkość pierwszego wynosi $v_1 = 48 \text{ km/h}$, a drugiego $v_2 = 120 \text{ km/h}$. Gdy odległość między pociągami wynosiła $d = 350 \text{ m}$, drugi zaczął hamować z opóźnieniem $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$. Czy doszło do zderzenia? Jeśli nie doszło, to jaka była odległość między pociągami, gdy ich prędkości się zrównały?
4. Ruch pewnego ciała można w kartezjańskim układzie współrzędnych opisać równaniami:

$$v_y(t) = v_{0y} - a_y \cdot t$$

$$y(t) = v_{0y} \cdot t - a_y \cdot t^2/2,$$
gdzie: v_y i a_y to współrzędne prędkości i przyspieszenia, a t oznacza czas, a $v_{0y} = 10 \text{ m/s}$.
 - a) Wyznacz kształt toru, po którym porusza się to ciało.
 - b) Oblicz czas wznoszenia t_w i maksymalną wysokość h_{max} na jaką wzniesie się to ciało.
 - c) Udowodnij, że czas wznoszenia jest równy czasowi spadania oraz, że szybkość początkowa i końcowa są równe.
 - d) Narysuj wykresy $y(t)$, $v_y(t)$ i $a(t)$ w przedziale czasu $[0, 2t_w]$.
 - e) Oblicz, na jakiej wysokości znajdzie się ciało po połowie czasu wznoszenia i jaka będzie wówczas wartość jego prędkości.
 - f) Oblicz, po jakim czasie (t_1 i t_2) ciało znajdzie się na połowie maksymalnej wysokości i jaka będzie wówczas jego szybkość.
5. Ciało spada z wieży. W chwili t_0 , gdy przebyło ono drogę równą d , z punktu położonego o h poniżej wierzchołka wieży zaczęło spadać drugie ciało. Oba ciała spadają na ziemię w tym samym czasie. Obliczyć wysokość wieży.
6. Z balonu unoszącego się do góry z prędkością 12 m/s , na wysokości 80 m nad ziemią upuszczono paczkę. Po jakim czasie paczka spadła na Ziemię?
7. Piłka została wyrzucona w powietrze. Na wysokości 9 m jej obserwowana prędkość wynosi $\vec{v} = 7\hat{i} + 6\hat{j} \text{ m/s}$.
 - a) Do jakiej wysokości wzniesie się piłka?
 - b) Jaką odległość poziomą przebędzie piłka?
 - c) Jaka jest prędkość piłki (wartość, kierunek) tuż przed uderzeniem w ziemię?
8. Z brzegu szczeliny o gładkich ścianach oddległych od siebie o x_0 wystrzelono małą kulkę stalową z prędkością v_{0x} w kierunku poziomym. Kulka odbija się od ścian szczeliny opadając w dół. W jakich odległościach znajdują się punkty kolejnych odbić kulki od ścian szczeliny?
9. Dwa ciała wyrzucono równocześnie z dwóch różnych punktów. Jedno ciało zostało rzucone poziomo z prędkością początkową v_{0x} z wieży o wysokości H , drugie pionowo z prędkością v_{0y} z miejsca oddległego o d od podnóża wieży. Jaka powinna być prędkość v_{0y} , aby ciała zderzyły się nad ziemią?
10. Piłkarz wykonujący rzut wolny na wprost bramki w odległości 50 m od niej, nadaje piłce prędkość 25 m/s . Wyznacz zakres kąta, pod jakim powinna być uderzona piłka, jeżeli poprzeczka bramki jest na wysokości 3.44 m nad boiskiem.