

# Maszyny Boltzmannna

Z dyskutowaną siecią Hopfielda kojarzone są zwykle tak zwane

## *Maszyny Boltzmannna.*

Koncepcja takiej maszyny oparta jest na założeniu, że stan (sygnał wyjściowy  $y_m^{(j)}$ ) każdego neuronu może się zmieniać w sposób losowy z określonym prawdopodobieństwem.

Prawdopodobieństwo to zależy od “energii” i “temperatury” sieci, podobnie jak w systemach fizycznych (termodynamicznych), w których gęstość prawdopodobieństwa  $p(E,T)$  energii systemu  $E$  związana jest z temperaturą  $T$  znanym wzorem Boltzmannna

$$p(E,T) = e^{-E/kT}$$

gdzie  $k$  jest stałą Boltzmannna.

# Maszyny Boltzmannna

Przenosząc to prawo do informacyjnego systemu, jakim jest sieć neuronowa, możemy na każdym kroku  $j$  związać z neuronem o numerze  $m$  “energię”  $E_m^{(j)}$  wyrażającą nadwyżkę jego łącznego pobudzenia  $e_m^{(j)}$  ponad progiem pobudzenia  $\omega_0^{(m)}$ .

$$E_m^{(j)} = e_m^{(j)} - \omega_0^{(m)}$$

Następnie w oparciu o energię  $E_m^{(j)}$  wyznaczane jest prawdopodobieństwo  $p_m^{(j)}$  zgodnie z regułą będącą *uogólnieniem prawa Boltzmannna*.

$$p_m^{(j)} = 1/[1+\exp(-\delta E_m^{(j)} / T^{(j)})]$$

gdzie  $\delta$  jest pewną arbitralnie dobieraną stałą, a  $T^{(j)}$  reprezentuje symulowaną w  $j$ -tym kroku “*temperature*” sieci.

# Maszyny Boltzmann

Algorytm doprowadzania sieci do stanu równowagi sprowadza się do kolejnego wykonywania dwóch kroków:

1. Dla ustalonego  $T^{(j)}$  wyliczane są wszystkie wartości  $p_m^{(j)}$ , a następnie losowo z prawdopodobieństwem  $p_m^{(j)}$  ustawiane są wartości sygnałów wyjściowych neuronów  $y_m^{(j)}$ .
2. Obniża się stopniowo wartość  $T^{(j)}$  w kolejnych krokach, np.  $T^{(j+1)} = T^{(j)} - \varepsilon$  lub  $T^{(j+1)} = T^{(j)} (1 - \varepsilon)$ .

Powtarza się punkt (1) aż do osiągnięcia stanu równowagi.

# Maszyny Boltzmannna

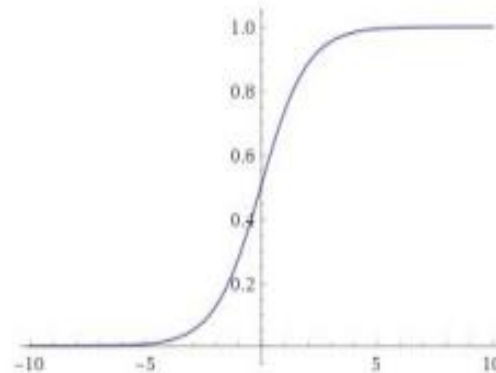
Proces ten – na podstawie analogii z procesem tzw. odprężania stosowanego w cieplnej obróbce metali nazywa się zwykle symulowanym odprężaniem (simulated annealing), ponieważ podobnie jak obrabianemu materiałowi – sieci nadaje się na początku wysoką “temperaturę”  $T^{(i)}$ , a potem stopniowo się ją obniża doprowadzając do osiągnięcia globalnego minimum łącznej energii wewnętrznej sieci.

*Technika “maszyny Boltzmannna”* może być stosowana do dowolnej sieci, nie tylko sieci Hopfielda (autoasocjacyjnych). Jeśli sieć ma wyróżnione sygnały wejściowe i wyróżnione sygnały wyjściowe, to wówczas także można skorzystać z koncepcji osiągnięcia przez sieć “*stanu równowagi*” termodynamicznej.

# Funkcja sigmoidalna

- Wzór: 
$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

- Wykres:



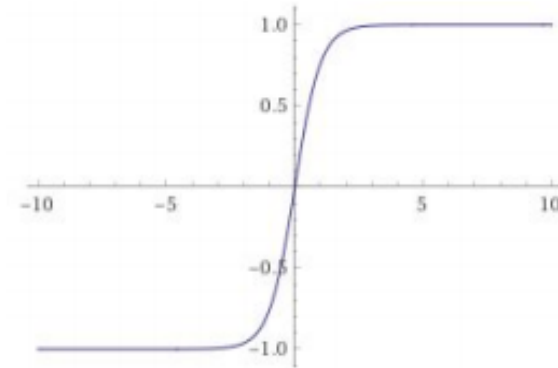
- Główne wady:

- Nasycone neurony niszczą gradient
- Wyjście nie jest wyśrodkowane na zerze
- Funkcja exp jest kosztowna obliczeniowo

# Funkcja tangens hiperboliczny

- Wzór:  $f(x) = \tanh(x)$

- Wykres:

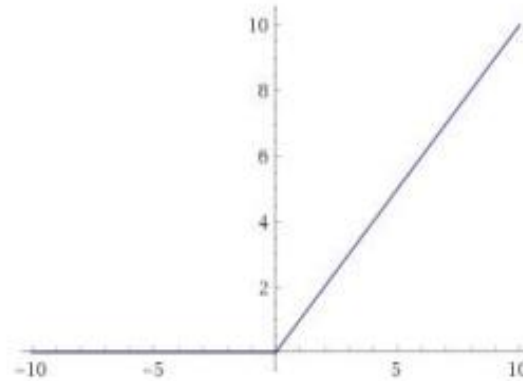


- Zalety:
  - Wyjście wyśrodkowane na zerze
- Wady:
  - Po nasyceniu neuron wyniszcza gradient

# Funkcja ReLU (Rectified Linear Units)

- Wzór:  $f(x) = \max(0, x)$

- Wykres:

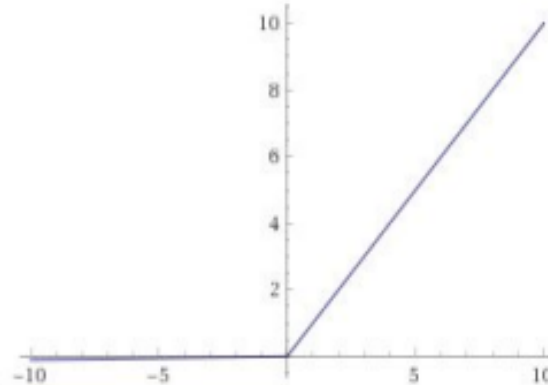


- Zalety:
  - Nie nasycy się w dodatniej części osi x
  - Proste obliczeniowo
  - Zbiega się szybciej od funkcji sigmoidalnej i tangensa hiperbolicznego
- Wady:
  - Wyjście nie jest wyśrodkowane na zerze
  - Możliwość powstania "martwych" neuronów

# Funkcja LEAKY ReLU

- Wzór:  $f(x) = \max(0.01x, x)$

- Wykres:



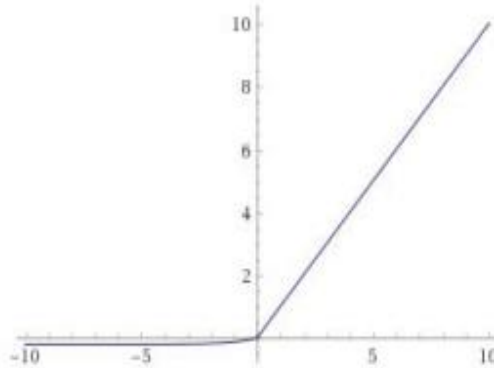
- Zalety:
  - Nie nasycy się w dodatniej części osi x
  - Proste obliczeniowo
  - Zbiega się szybciej od funkcji sigmoidalnej i tangensa hiperbolicznego
  - Nie ma problemów z "martwymi" neuronami



# Funkcja ELU

- Wzór:  $f(x) = \begin{cases} x & \text{gdy } x > 0 \\ \alpha(e^x - 1) & \text{wpp} \end{cases}$

- Wykres:



- Zalety:
  - Nie nasycy się w dodatniej części osi x
  - Zbiega się szybciej od funkcji sigmoidalnej i tangensa hiperbolicznego
  - Nie ma problemów z "martwymi" neuronami
  - Wyjście bardziej wyśrodkowane na 0
- Wady:
  - Obliczenia wymagają funkcji exp