

Zadanie 1. Niech (X_1, \dots, X_n) będzie próbą prostą z rozkładu $N(\theta, 1)$. Rozważmy problem testowania hipotezy zerowej $H_0 : \theta = 0$ przeciwko alternatywie $H_1 : \theta = 0, 2$. Jak duże musi być n , aby test na poziomie istotności $\alpha = 0, 05$ miał moc co najmniej $0, 9$?

Zadanie 2. Niech (X_1, \dots, X_n) będzie próbą prostą z rozkładu gamma o funkcji gęstości $f(x) = \frac{x}{\theta^2} \exp(-x/\theta) \mathbb{I}_{(0, \infty)}(x)$. Rozpatrzmy problem testowania $H_0 : \theta \leq 2$ vs. $H_1 : \theta > 2$. Wyznaczyć postać odpowiedniego testu. Korzystając z przybliżenia rozkładu statystyki testowej rozkładem normalnym, wyznaczyć minimalne n , przy którym ten test na poziomie istotności $\alpha = 0, 05$ ma moc przynajmniej $0, 9$ przy alternatywie $\theta = 3$.

Zadanie 3. Obserwujemy parę niezależnych zmiennych losowych (X, Y) , przy czym $X \sim N(m_x, 1)$, $Y \sim N(m_y, 1/3)$. Rozważmy najmocniejszy test dla $H_0 : (m_x, m_y) = (0, 0)$ vs. $H_1 : (m_x, m_y) = (1, 1)$, na poziomie istotności $\alpha = 0, 1$. Wyznaczyć moc tego testu.