

**Zadanie 1.** Niech  $X$  będzie zmienną losową o rozkładzie wykładniczym  $Exp(1)$ . Znaleźć rozkład warunkowy  $X|[X]$ , gdzie  $[x]$  oznacza cechę  $z$   $x$ .

**Zadanie 2.** Niech  $X, Y$  będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach Poissona z parametrami  $\lambda$  i  $\mu$  odpowiednio. Wykazać że rozkład warunkowy  $X|X+Y$  jest rozkładem dwumianowym. Znaleźć parametry tego rozkładu.

**Zadanie 3.** Dwuwymiarowa zmienna losowa  $(X, Y)$  ma jednostajny rozkład na trójkącie  $\Delta = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ . Oblicz  $\mathbb{P}(X \leq \frac{1}{4} | Y = \frac{1}{2})$ .

**Zadanie 4.** Wektor losowy  $(X_1, X_2)^T$  ma dwuwymiarowy rozkład normalny  $\mathcal{N}_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ . Wyznacz rozkład warunkowy  $X_1|X_1+X_2$ , gdy

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

**Zadanie 5.** Rozważmy dwie zmienne losowe  $X$  oraz  $Y$ . Pierwsza ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej  $1/\lambda$ . Natomiast rozkład warunkowy  $Y$ , gdy znany jest  $X$ , jest rozkładem wykładniczym z losowym parametrem  $2X$ . Wyznacz rozkład warunkowy  $X|Y$ .

**Zadanie 6.** Położenie losowego punktu  $P(x, y)$  jest jednakowo prawdopodobne w dowolnym punkcie koła o promieniu  $R > 0$ . Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa każdej ze współrzędnych tego punktu i ich wzajemne gęstości warunkowe