

Zadanie 1. W urnie znajduje się 21 kul ponumerowanych od 1 do 21. Losujemy jedną kulę. Zmienna losowa X przyjmuje wartość 1, gdy wyciągniemy kulę z numerem parzystym oraz 0 w p.p. Zmienna losowa Y przyjmuje 1, gdy wyciągniemy kulę z numerem podzielnym przez 3 oraz 0 w p.p. Wyznacz $\mathbb{E}(X|X+Y)$.

Zadanie 2. Niech $\Omega = [0, 1]$, $\mathcal{F} = \mathcal{B}_{[0,1]}$, $\mathbb{P} = \lambda_{[0,1]}$. Wyznacz $\mathbb{E}(X|\mathcal{G})$, gdy

(q) $X(\omega) = \sqrt{\omega}$ oraz \mathcal{G} jest σ -ciałem generowanym przez zbiory $[0, \frac{1}{4}]$, $[\frac{1}{4}, 1]$;

(b) $X(\omega) = -\omega$ oraz \mathcal{G} jest σ -ciałem generowanym przez zbiory $[0, \frac{1}{2}]$, $[\frac{1}{3}, 1]$.

Zadanie 3. Niech X i Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o tym samym rozkładzie Bernoulliego $B(1, p)$, $p \in (0, 1)$. Niech $Z = \mathbb{1}_{\{X+Y=0\}}$. Wyznacz $\mathbb{E}(X|Z)$ i $\mathbb{E}(Y|Z)$

Zadanie 4. Rozważmy schemat Bernoulliego n prób z prawdopodobieństwem sukcesu p . Jaka jest średnia liczba sukcesów w pierwszej próbie, jeśli wiemy, ile zaszło sukcesów w całej serii?