Zadanie 1. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu normlanego $N(\theta, 1)$. Wyznaczyć estymator bayesowski parametru θ (przy kwadratowej funkcji straty) jeżeli rozkładem *a priori* tego parametru jest rozkład o gęstości $f(\theta) = e^{-\theta}\, \mathbb{1}_{(0,\infty)}(\theta)$.

Zadanie 2. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu wykładniczego $p(x|\theta) = \theta\, e^{-\theta x} \mathbb{1}_{(0,\infty)}$, $\theta > 0$. Wyznaczyć estymatora bayesowski parametru θ (przy kwadratowej funkcji straty), jeśli rozkładem *a priori* tego parametru jest rozkład Gamma(p, a) o gęstości

$$f(\theta) = \frac{a^p}{\Gamma(p)} \theta^{p-1} e^{-a\theta} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(\theta).$$

Zadanie 3. Niech X będzie pojedynczą obserwacją z rozkładu jednostajnego $U(0, \theta)$. Wyznaczyć estymatora bayesowski parametru θ (przy kwadratowej funkcji straty), jeśeli rozkładem *a priori* tego parametru jest rozkład o gęstości $f(\theta) = \theta e^{-\theta}\, \mathbb{1}_{(0,\infty)}(\theta)$.

Zadanie 4. Towarzystwo ubezpieczeniowe szacuje, że około 20% pasażerów linii lotniczych wykupuje polisę ubezpieczeniową na przelot. Proporcja ta jest różna dla różnych terminali, przy czym zmienność charakteryzowana odchyleniem standardowym wynosi 10%. Losowa próbka 50 pasażerów wybranego terminalu pokazała, że tylko 5 nabyło polisę. Przyjmując jako rozkład *a priori* odpowiedni rozkład Beta oszacować prawdziwą proporcję pasażerów w tym terminalu, którzy nabyli polisę.

Zadanie 5. Wyprowadzić postać estymatora bayesowskiego przy modułowej funkcji strat $L(d, \theta) = |d - \theta|$.

Zadanie 6. Przypuśćmy, że X ma rozkład $U(0, \theta)$. Załóżmy, że rozkładem *a priori* parametru θ jest rozkład $\pi(\theta) = \theta e^{-\theta}\, \mathbb{1}_{(0,\infty)}(\theta)$. Wyznaczyć estymator bayesowski parametru θ przy modułowej funkcji straty.

Zadanie 7. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu Poissona $p(x|\lambda) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$, $\lambda > 0$, $x = 0, 1, \ldots$. Wyznaczyć estymatora bayesowski parametru λ^2 (przy kwadratowej funkcji straty), jeśli rozkładem *a priori* tego parametru jest rozkład wykładniczy o gęstości $f(\lambda) = e^{-\lambda} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(\lambda)$.