

**Zadanie 1.** W przypadkowych momentach odcinka  $[0, T]$  mogą nadejść do odbiornika dwa sygnały. Odbiornik zostaje popsuty jeśli różnica w czasie pomiędzy sygnałami jest mniejsza niż  $\theta$  ( $\theta < T$ ). Obliczyć prawdopodobieństwo uszkodzenia odbiornika w ciągu czasu  $T$ .

**Zadanie 2.** Z prostokąta  $\{(a, b) : |a| < 2, |b| < 1\}$  wybieramy w sposób punkt  $(a, b)$ . Oblicz prawdopodobieństwo, że równanie  $x^2 + 2ax + b = 0$  ma pierwiastki rzeczywiste.

**Zadanie 3.** Odcinek o długości 10 cm podzielono w sposób losowy na trzy części. Obliczyć prawdopodobieństwo, że z tych części można zbudować trójkąt.

**Zadanie 4.** Na okręgu losowo wybrano kolejno punkty  $P_1, P_2, P_3$  i  $P_4$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że cięciwa  $P_1P_2$  przetnie cięciwę  $P_3P_4$  wewnątrz okręgu.

**Zadanie 5.** W kuli o promieniu  $R = 10$  jest rozmieszczonych w sposób losowy i niezależnie jeden od drugiego 8 punktów. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że odległość od środka kuli do najbliższego punktu jest nie mniejsza od 1.

**Zadanie 6.** Doświadczenie polega na niezależnym losowaniu punktów z budynku B7. Po-  
przez sukces rozumie się wylosowanie punktu znajdującego się w sali 2.4 tego budynku. Wiedząc, że dla  $n + k$  pierwszych prób zaszło  $i$  sukcesów ( $i \leq n + k$ ), wyznaczyć prawdopodobieństwo, że w  $n$  pierwszych próbach zaszło  $j$  sukcesów. Rozważyć wszystkie przypadki, dla  $i, j, k, n$  liczb całkowitych dodatnich.

**Zadanie 7.** Rozważamy losowe rozmieszczenie  $k$  nierozróżnialnych kul ( $k > 5$ ) w  $s$  rozróżnialnych szufladach zakładając, że wszystkie rozmieszczenia są jednakowo prawdopodobne (model Bosego-Einsteina). Obliczyć prawdopodobieństwo  $P_{k,s}$ , że ustalona szuflada zawiera dokładnie 5 kul. Udowodnić, że gdy  $k$  i  $s$  rosną do nieskończoności tak, że  $k/s \rightarrow \lambda$ ,  $\lambda > 0$ , to  $P_{k,s}$  dąży do  $\lambda^5/(1 + \lambda)^6$ .

**Zadanie 8.** Rozważamy wszystkie rozwiązania nierówności  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 10$  ze zbioru liczb całkowitych nieujemnych. Zakładając, że wylosowanie każdego z rozwiązań jest równoprawdopodobne, obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania rozwiązania spełniającego warunek  $x_3 = 0$ .

*UWAGA: Jedno rozwiązanie, to czwórka liczb całkowitych nieujemnych.*

**Zadanie 9.** Pomiędzy 10 osób dzielimy kwotę 10000 zł mając do dyspozycji tylko banknoty 50-cio złotowe (nie ma możliwości rozmienniania pieniędzy). Zakładając, że każda z osób dostanie pewną sumę pieniędzy (tj. więcej niż zero złotych) i każdy z możliwych podziałów jest równoprawdopodobny, wyznaczyć prawdopodobieństwo, że Janek dostanie więcej niż 100 zł.