Zadanie 1. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu Poissona $\mathcal{P}(\theta)$, $\theta > 0$. Obliczyć obciążenie i średni błąd kwadratowy estymatora

$$T(\boldsymbol{X}) = \Big(1 - \frac{a}{n}\Big)^{\sum_{k=1}^{n} X_k}$$

parametru $g(\theta) = \exp(-a\theta)$, gdzie $a \neq 0$ jest znaną stałą.

Zadanie 2. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ jest próbą prostą, przy czym $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots, n$, gdzie μ jest znane. Pokazać, że

$$U(\boldsymbol{X}) = \frac{\sqrt{n}\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{2}\Gamma(\frac{n+1}{2})}\widetilde{S}(\boldsymbol{X}),$$

gdzie $\widetilde{S}^2(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$, jest nieobciążonym estymatorem parametru σ.

Zadanie 3. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ jest próbą prostą, przy czym $X_i \sim N(1, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots, n$, o nieznanym parametrze σ^2. Rozważmy estymator parametru σ postaci $S_a = a\sum_{i=1}^{n}|X_i - 1|$, $a > 0$. Wyznacz a^* taki, że S_{a^*} ma najmniejszy błąd średniokwadratowy wśród estymatorów postaci S_a.