

Zadanie 1. Udowodnij, że

$$X_n \xrightarrow{P} c \iff X_n \xrightarrow{d} c,$$

gdzie $c \in \mathbb{R}$.

Zadanie 2. Podać przykład, że nie zachodzi implikacja odwrotna do

$$X_n \xrightarrow{P} X \implies X_n \xrightarrow{d} X.$$

Zadanie 3. Niech $X_1, X_2, \dots$ będzie ciągiem niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie jednostajnym na odcinku $(0, 1)$. Dobrać parametr α , tak aby

$$n^\alpha \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \xrightarrow{d} Y$$

dla pewnej niezdegenerowanej zmiennej losowej Y

Zadanie 4. Niech $X_1, X_2, \dots$ będzie ciągiem zmiennych losowych o rozkładzie

$$\mathbb{P}(X_n = \frac{k}{n}) = \frac{1}{n^2}, \quad k = 1, 2, \dots, n^2.$$

Pokazać, że nie istnieje zmienna losowa X taka, że $X_n \rightarrow X$ według rozkładu.