

Zadanie 1. Wyznacz rozkład czasu oczekiwania na pierwszy sukces w ciągu doświadczeń Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu $p \in (0, 1)$.

Zadanie 2. Wyznacz dystrybuantę rozkładu

- (a) wykładniczego z parametrem $\lambda > 0$,
- (b) jednostajnego na odcinku (a, b) .

Zadanie 3. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\alpha > 0$. Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej losowej $Y = \ln X$.

Zadanie 4. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $(-1, 2)$. Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej losowej $Y = |X|$.

Zadanie 5. Na przestrzeni probabilistycznej $(\mathbb{R}, \mathcal{B}, P)$, gdzie P ma ciągłą i rosnącą dystrybuantę F . Określono zmienną losową $Y(x) = F(x)$. Znaleźć rozkład (gęstość i dystrybuantę) zmiennej losowej Y .

Zadanie 6. Znaleźć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej S określającej pole koła, jeśli długość promienia R jest zmienną losową o gęstości prawdopodobieństwa

$$f(r) = \begin{cases} e^{-r} & r \geq 0, \\ 0 & r < 0. \end{cases}$$

Zadanie 7. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład zadany gęstością $f(x, y) = e^{-(x+y)} \mathbb{1}_{(0, \infty)^2}(x, y)$. Wyznaczyć i naszkicować gęstość rozkładu zmiennej losowej $Z = X - Y$.

Zadanie 8. Przez punkt $(0, a)$ poprowadzono prostą w losowo wybranym kierunku. Znaleźć gęstość rozkładu odciętej punktu przecięcia tej prostej z osią OX .

Zadanie 9. Odcinek o długości 2 cm dzielimy losowo na dwie części. Znaleźć gęstość rozkładu prawdopodobieństwa stosunku krótszej części do dłuższej.

Zadanie 10. Gęstość rozkładu wektora losowego (X, Y) ma postać

$$f(x, y) = \frac{y^2 - x^2}{8} e^{-y} \mathbb{1}_{\{(x, y) : y > 0, |x| < y\}}.$$

Oblicz $\mathbb{P}(X > 0, Y > 1)$.

Zadanie 11. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład dany gęstością

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x + y) & \text{dla } 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x, \\ 0 & \text{dla pozostałych } x, y. \end{cases}$$

Wyznaczyć stałą c , gęstości brzegowe zmiennych losowych X oraz Y oraz obliczyć prawdopodobieństwo $\mathbb{P}(X - Y > 1/4)$.