Zadanie 1. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, ..., X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu Laplace'a o gęstości $f(x) = \frac{1}{2\beta} e^{-\frac{|x|}{\beta}}$. Wyznaczyć ENMW parametru β i sprawdzić, czy jego wariancja osiąga dolne ograniczenie Cramera-Rao.

Zadanie 2. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, ..., X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma^2)$, gdzie μ jest znanym parametrem. Pokazać, że estymator

$$\widetilde{S}^2(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2.$$

jest efektywnym estymatorem parametru σ^2.

Zadanie 3. Niech $\boldsymbol{X} = (X_1, ..., X_n)$ będzie próbą prostą z rozkładu o gęstości $f_\theta(x)$. Udowodnij, że jeśli można zamienić kolejność różniczkowania względem θ i całkowania względem x funkcji $f_\theta(x)$, to $I(\theta) = n\, i(\theta)$. Oblicz $I(\theta)$ gdy $f_\theta(x)$ jest gęstością rozkład $N(\theta, \theta^2)$.

Zadanie 4. Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie Poissona $\mathcal{P}(\lambda)$. Wykazać, że informacja Fishera o $\sqrt{\lambda}$ zawarta w X nie zależy od λ.