**Zadanie 1.** Niech $X_1, ..., X_m$ i $Y_1, ..., Y_n$ będą dwoma niezależnymi próbami prostymi z rozkładów $N(\mu_1, 1)$ i $N(\mu_2, 1)$. Znaleźć 95% przedział ufności dla $\mu_1 - \mu_2$ oparty na odpowiedniej statystyce dostatecznej.
*Wskazówka:* Wyznacz rozkład $\mu_1 - \mu_2 - (\bar{X}_m - \bar{X}_n)$.

**Zadanie 2.** Niech $X_1, ..., X_n$ będzie próbą prostą z rozkładu $U(0, \theta)$. Wyznacz 90% przedział ufności dla $\theta$ oparty na odpowiedniej statystyce dostatecznej.
*Wskazówka:* Wyznacz rozkład $\frac{X_{(n)}}{\theta}$.

**Zadanie 3.** Próba prosta $X_1, ..., X_{14}$ pochodzi z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma^2)$ z nieznana wartoćcią oczekiwaną $\mu$ i nieznaną wariancją $\sigma^2$. Na podstawie tej próbki zbudowano w standardowy sposób przedział ufnosci na poziomie $1 - \alpha = 0.995$ dla $\mu$:

$$\left[\bar{X}_{14} - S \cdot r/\sqrt{14}, X_{14} + S \cdot r/\sqrt{14}\right], \quad (r = 3,369).$$

Niech $X_{15}$ będzie zmienną losową pochodzącą z tego samego rozkładu, niezależna od $X_1, \ldots, X_{14}$. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że $X_{15}$ należy do uprzednio skonstruowanego przedziału ufności.

**Zadanie 4.** $X_1, \ldots, X_{100}$ jest próbą prostą z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma^2)$, gdzie $\mu$ jest nieznanym parametrem, natomiast $\sigma^2$ - znnanym. Założono, że zmienne te są niezależne i skonstruowano w standardowy sposób przedziału ufności na poziomie 0,95 dla $\mu$:

$$\left[\bar{X} - \frac{1,96\sigma}{10}, \bar{X} + \frac{1,96\sigma}{10}\right].$$

W rzeczywistości zmienne $X_1, \ldots, X_{100}$ mają łączny rozkład normalny, ale są skorelowne, przy czym współczynnik korelacji wynosi $\rho(X_i, X_j) = 0,1$ dla $i \neq j$. Obliczyć rzeczywisty poziom ufności skonstruowanego przedziału ufności.