



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

Interpolacja metodą IDW

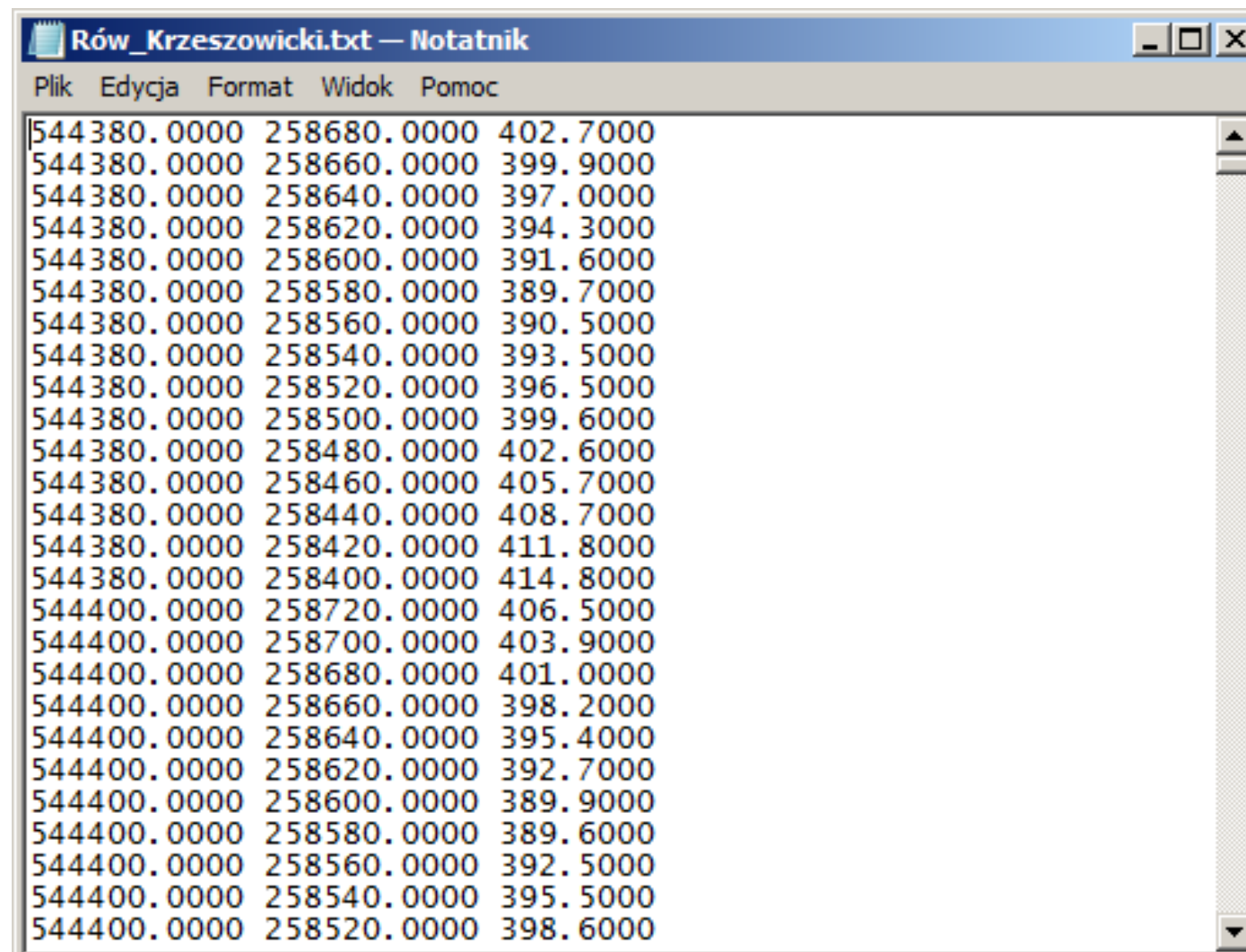
Zastosowanie GIS w badaniach przyrodniczych

Tomasz Bartuś
Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska
Katedra Geologii Ogólnej i Geoturystyki

Modelowanie powierzchni ciągłych

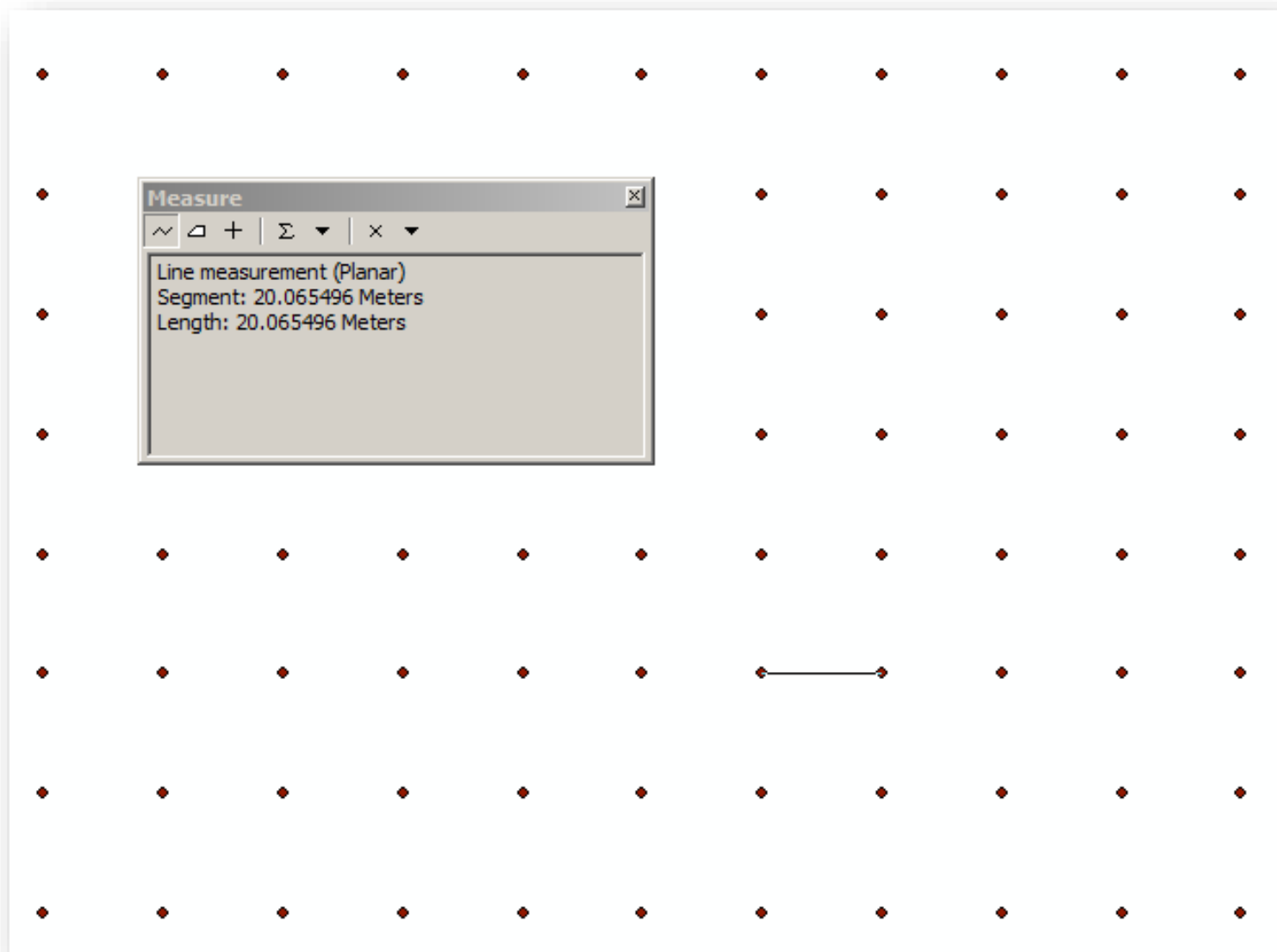
- Jednym z podstawowych źródeł danych, z których generuje się numeryczne modele terenu (NMT), są regularne siatki bazowych punktów pomiarowych.
- Można je pobrać z Geoportalu Krajowego.
- Współrzędne płaskie sieci punktów są najczęściej w PUWG „1992”.
- Współcześnie interpolacja powierzchni ciągłych w większym stopniu dotyczy jednak innych zmiennych zregionalizowanych niż rzeźba terenu.

Dane w formacie ASCII XYZ GRID



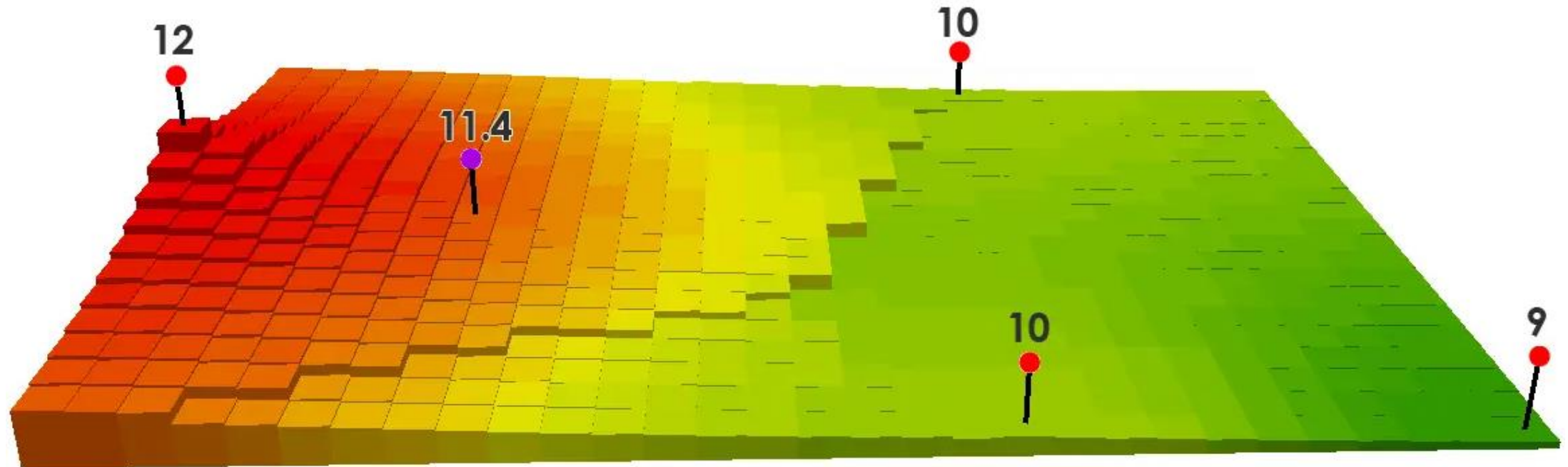
544380.0000	258680.0000	402.7000
544380.0000	258660.0000	399.9000
544380.0000	258640.0000	397.0000
544380.0000	258620.0000	394.3000
544380.0000	258600.0000	391.6000
544380.0000	258580.0000	389.7000
544380.0000	258560.0000	390.5000
544380.0000	258540.0000	393.5000
544380.0000	258520.0000	396.5000
544380.0000	258500.0000	399.6000
544380.0000	258480.0000	402.6000
544380.0000	258460.0000	405.7000
544380.0000	258440.0000	408.7000
544380.0000	258420.0000	411.8000
544380.0000	258400.0000	414.8000
544400.0000	258720.0000	406.5000
544400.0000	258700.0000	403.9000
544400.0000	258680.0000	401.0000
544400.0000	258660.0000	398.2000
544400.0000	258640.0000	395.4000
544400.0000	258620.0000	392.7000
544400.0000	258600.0000	389.9000
544400.0000	258580.0000	389.6000
544400.0000	258560.0000	392.5000
544400.0000	258540.0000	395.5000
544400.0000	258520.0000	398.6000

Dane dla NMT

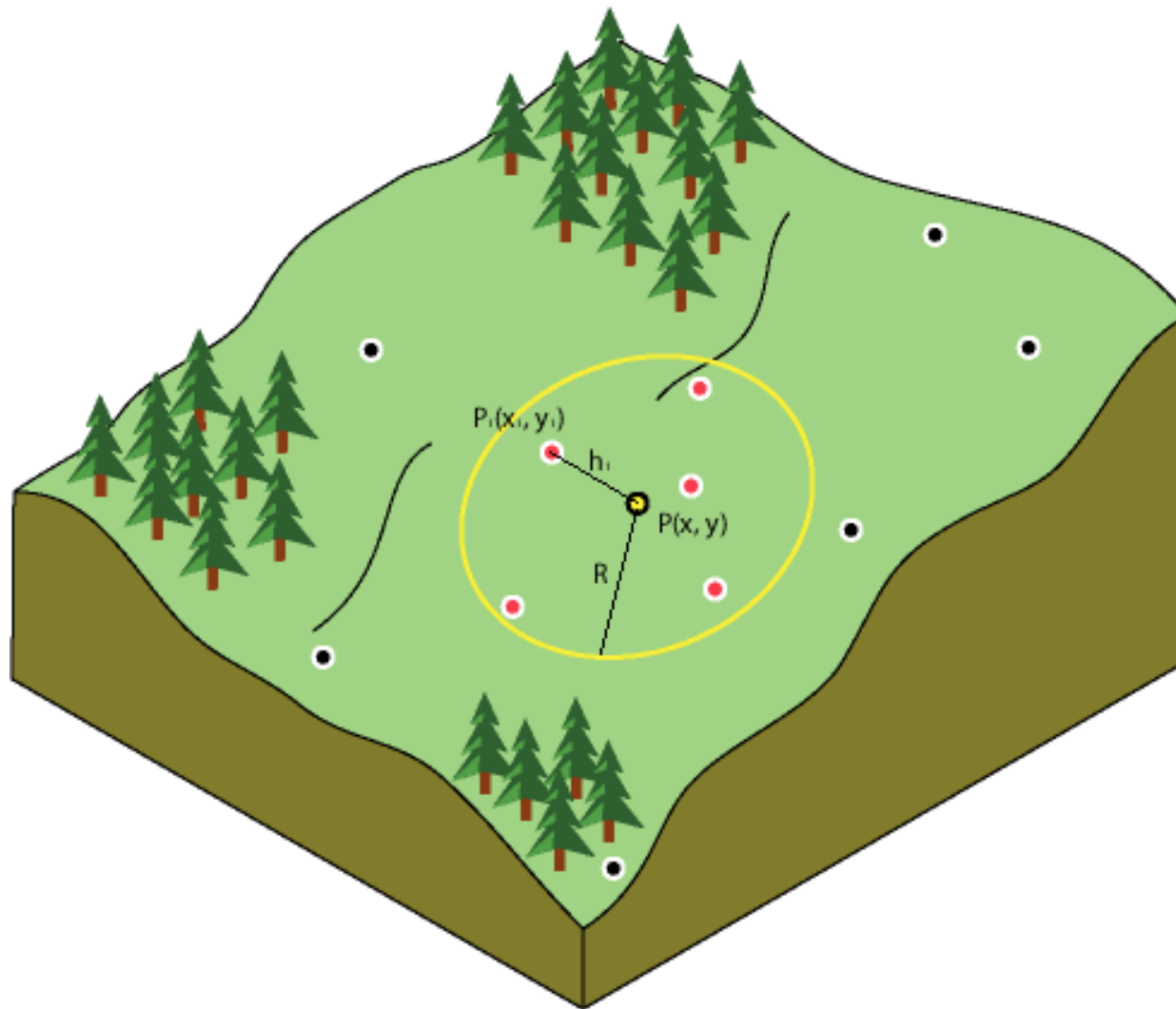


Interpolacja

- **Interpolacja** przestrzenna to procedura szacowania wartości cechy w nieopróbowanych punktach na obszarze objętym istniejącymi pomiarami.
- Istnieje wiele metod interpolacji, dających czasem niepodobne wyniki.

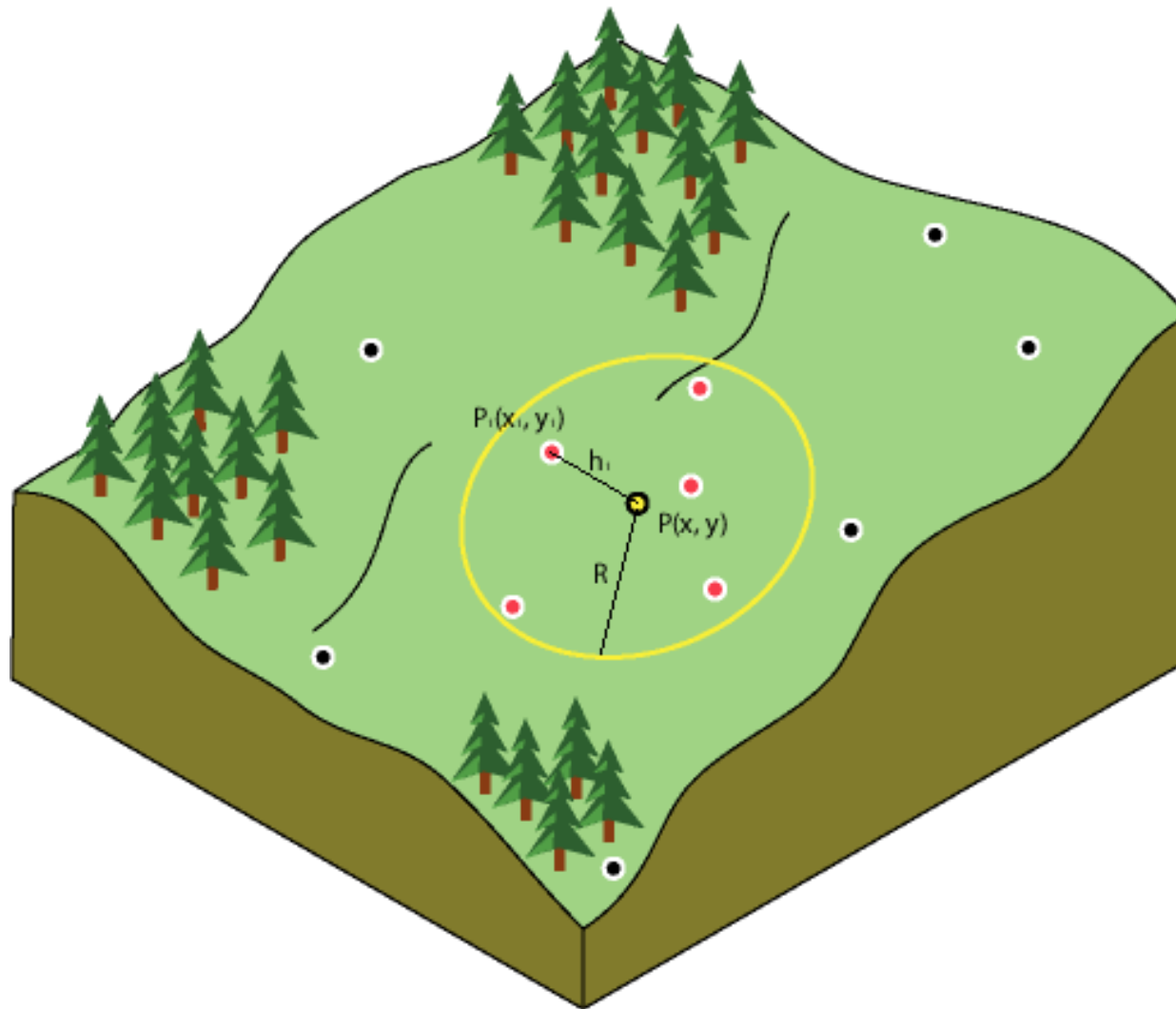


Inverse Distance Weighting (IDW)



- Metoda odwrotnej odległości jest jedną z prostszych metod interpolacji dających jednocześnie dobre rezultaty.
- Jest oparta na założeniu, że wartość badanej cechy w danym punkcie (tu – wysokość n.p.m.) jest zależna od wartości tej cechy w jej najbliższym otoczeniu (najbliższych punktach bazowych).

Inverse Distance Weighting (IDW)



- Wartości mierzone w odległych punktach mają mniejsze znaczenie mniejsze lub nie mają go wcale.

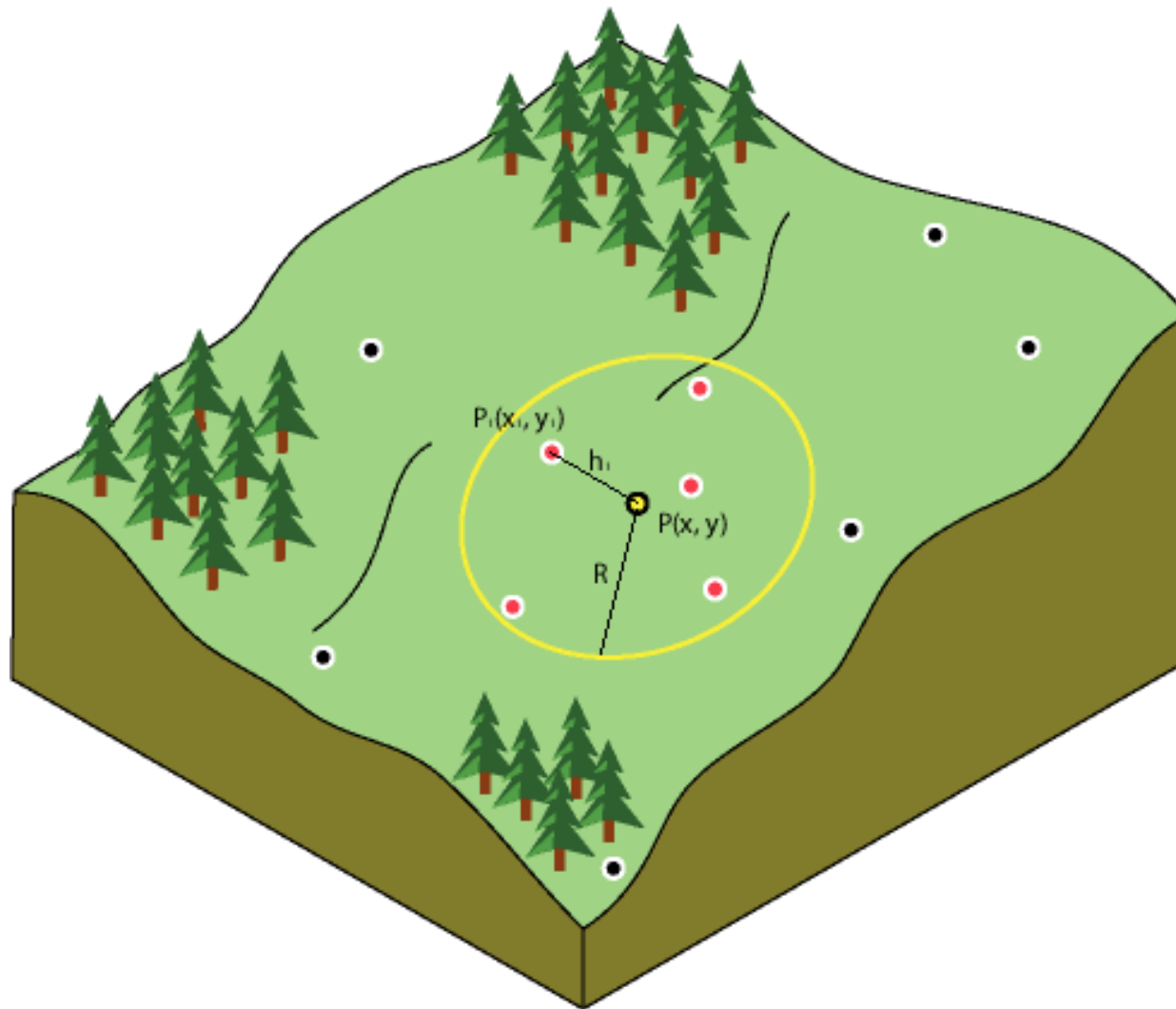
Inverse Distance Weighting (IDW)

Punkty bliższe sobie są do siebie bardziej podobne niż punkty dalekie

- Hałas jest głośniejszy w pobliżu syreny niż 1 km dalej.
- Kiedy w punkcie A pada deszcz, jest bardziej prawdopodobne, że a też 1 metr dalej w porównaniu do punktów oddalonych 500 metrów dalej.

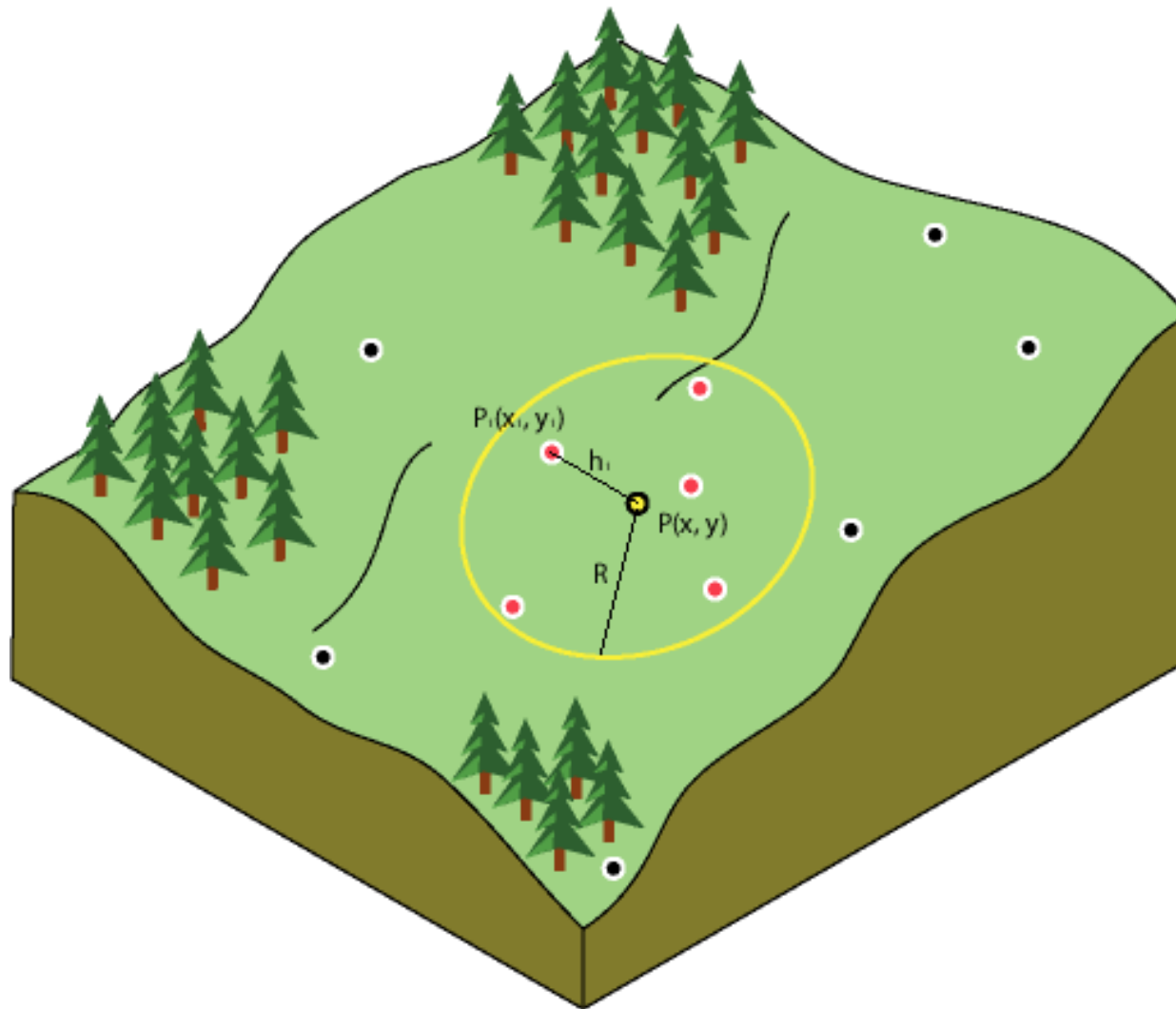
Są to przykłady **przestrzennej autokorelacji** wynikające z **Pierwszego Prawa Geografii Toblera**. Autokorelacja przestrzenna jest podstawowym założeniem metody IDW.

Inverse Distance Weighting (IDW)



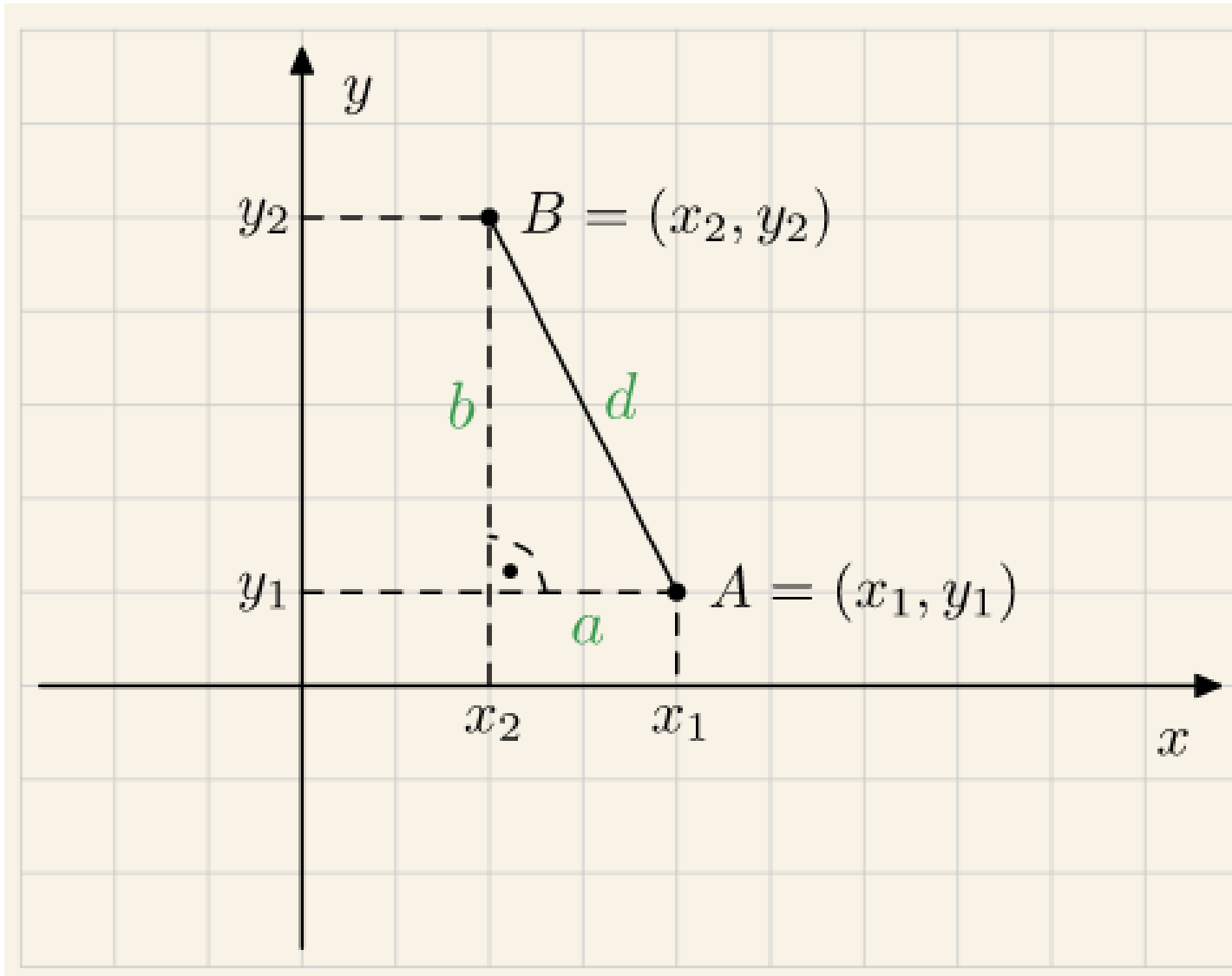
- W praktyce wyznaczane jest **koło**, w którego środku znajduje się punkt o poszukiwanej wartości badanej cechy. Jego promień (R) definiowany jest przez użytkownika i powinien być wyznaczony tak aby w jego obrębie znalazło się najlepiej **kilkanaście punktów bazowych**.

Inverse Distance Weighting (IDW)



- Tylko punkty zawarte wewnątrz koła są brane pod uwagę przy interpolacji wartości cechy w punkcie $P(x, y)$
- W następnym kroku mierzone są odległość h_i od każdego punktu bazowego $P_i(x_i, y_i)$ wewnątrz koła do punktu centralnego $P(x, y)$.

Odległość między punktami



z pr. Pitagorasa

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

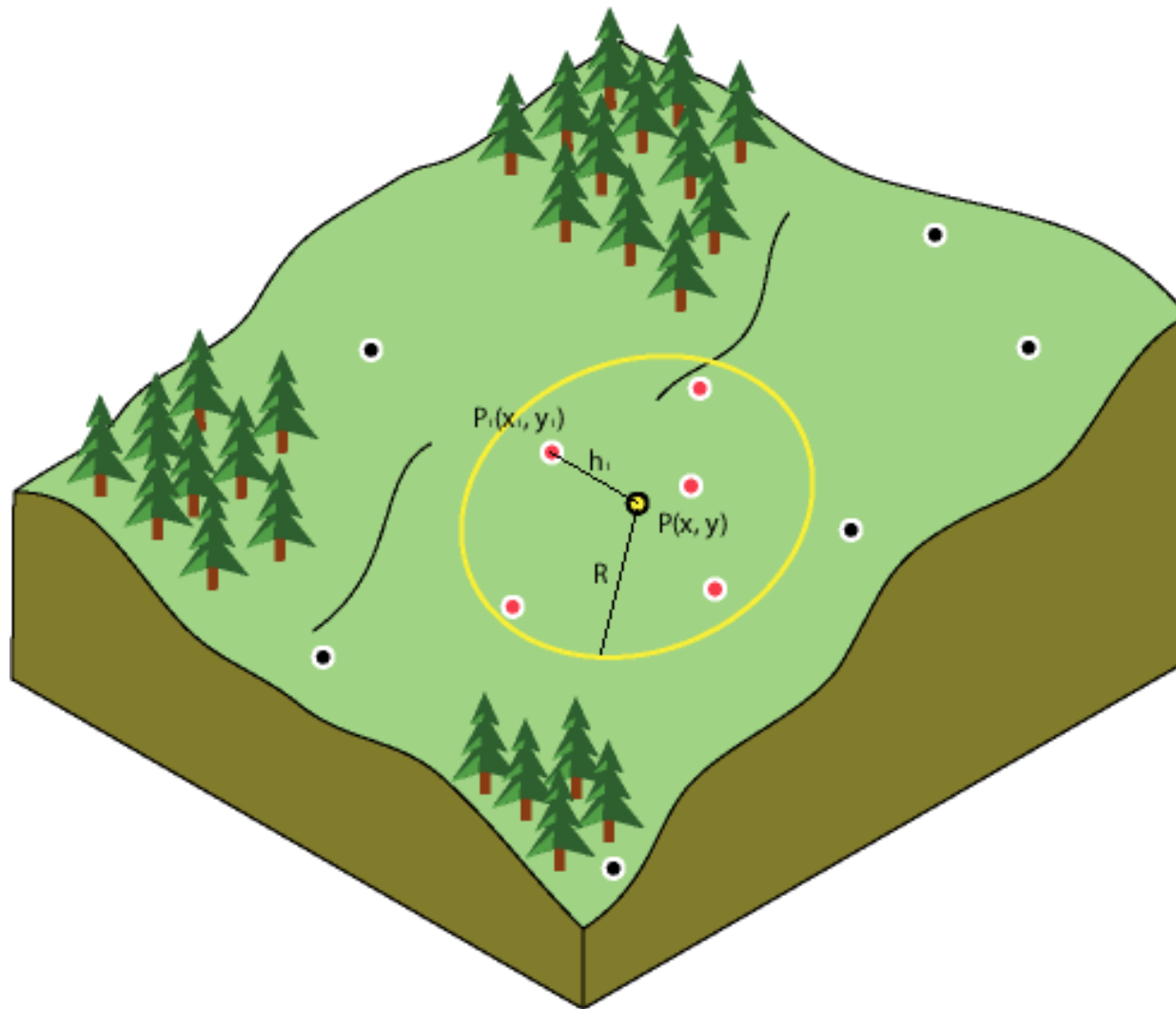
$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{-[x_2 - x_1]^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Inverse Distance Weighting (IDW)



- Wartość badanej cechy w punkcie $P(x, y)$ obliczana jest ze wzoru:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$

- n – liczba punktów bazowych wewnątrz koła o środku w punkcie $P(x, y)$ i promieniu R ,
- w_i – współczynniki wagowe,
- $f(x_i, y_i)$ – wartość badanej cechy w i -tym punkcie bazowym.

Współczynniki wagowe

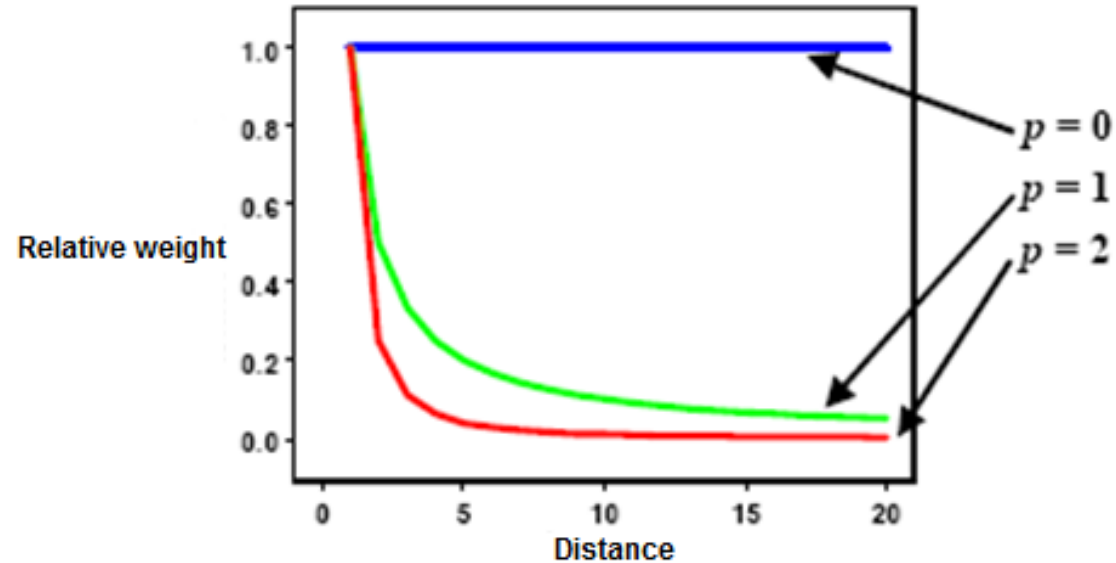
$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$

$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)^p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{h_i}\right)^p}$$

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

Interpolacja metodą IDW uzależnia obliczanie współczynników wagowych od przyjętej wartości współczynnika potęgowego ***p***. Kontroluje on znaczenie punktów otaczających interpolowaną lokalizację.

Współczynniki wagowe



- Wyższa wartość potęgi powoduje mniejszy wpływ odległych punktów.
- Wartością potęgi może być dowolna liczba rzeczywista większa od 0, ale najbardziej rozsądne wyniki uzyskuje się przy użyciu wartości od 0,5 do 3.
- **Wartość domyślna to 2.**

Inverse Distance Weighting

- W metodzie IDW ($p = 1$) interpolowana wartość jest równa sumie stosunków wartości cechy w punktach bazowych i ich odległości od komórki estymowanej podzieloną przez sumę odwrotności odległości od wszystkich punktów biorących udział w obliczeniach.

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$

$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)^p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{h_i}\right)^p}$$

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

Inverse Distance Weighting

- Drugą metodą obliczania współczynników wagowych jest metoda **Inverse Squared distance weighting** ($p=2$). Wybranie jej powoduje, że podczas obliczania wag, zamiast odległości pomiędzy komórkami obliczane są ich kwadraty ($p=2$). Wybór tej metody spowoduje znaczący spadek wagi punktów bazowych położonych dalej od punktu interpolowanego.

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i)$$






















$$w_i = \frac{\left(\frac{1}{h_i}\right)^p}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{h_i}\right)^p}$$

$$h_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

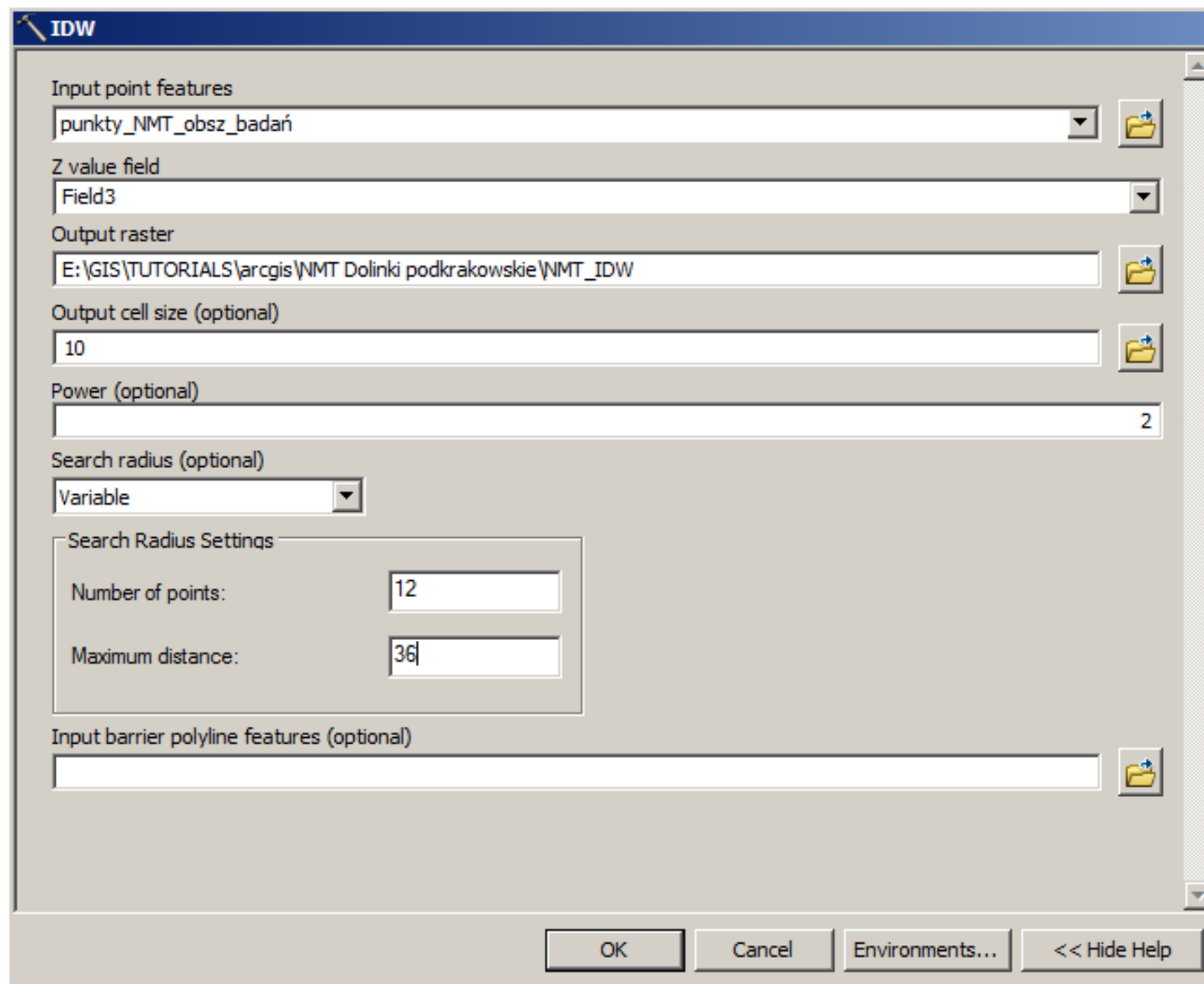
IDW - właściwości

- Metoda IDW pozostawia niezmiennione, oryginalne wartości danych wejściowych w punktach bazowych.
- Analiza posiada jedną poważną wadę polegającą na tym, że wygenerowana powierzchnia ma charakter spłaszczony.
- Żaden z wyinterpolowanych punktów nie może posiadać wartości wyższej od najwyższej wartości ani niższej od najniższej wartości spośród punktów bazowych biorących udział w obliczeniach.

IDW - obliczenia

-  ArcToolbox
 -  3D Analyst Tools
 -  3D Features
 -  CityEngine
 -  Conversion
 -  Data Management
 -  Functional Surface
 -  Raster Interpolation
 -  IDW
 -  Kriging
 -  Natural Neighbor
 -  Spline
 -  Spline with Barriers
 -  Topo to Raster
 -  Topo to Raster by File
 -  Trend
 -  Raster Math
 -  Raster Reclass
 -  Raster Surface
 -  Triangulated Surface
 -  Visibility

IDW - obliczenia



IDW

Input point features
punkty_NMT_obsz_badań

Z value field
Field3

Output raster
E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT_IDW

Output cell size (optional)
10

Power (optional)
2

Search radius (optional)
Variable

Search Radius Settings

Number of points: 12

Maximum distance: 36

Input barrier polyline features (optional)

OK Cancel Environments... << Hide Help

Wielkość piksela (Hengl 2006)

$$k = 0.5 \sqrt{\frac{A}{N}}$$

gdzie:

k – rekomendowana rozdzielczość siatki interpolacyjnej (wielkość komórki podstawowej – piksela),

A – powierzchnia obszaru badań [m^2],

N – całkowita liczba punktów bazowych.

$A [\text{m}^2]$	148500000
$N [-]$	371799
k	10

IDW - obliczenia

IDW

Input point features
punkty_NMT_obsz_badań

Z value field
Field3

Output raster
E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT_IDW

Output cell size (optional)
10

Power (optional)
2

Search radius (optional)
Variable

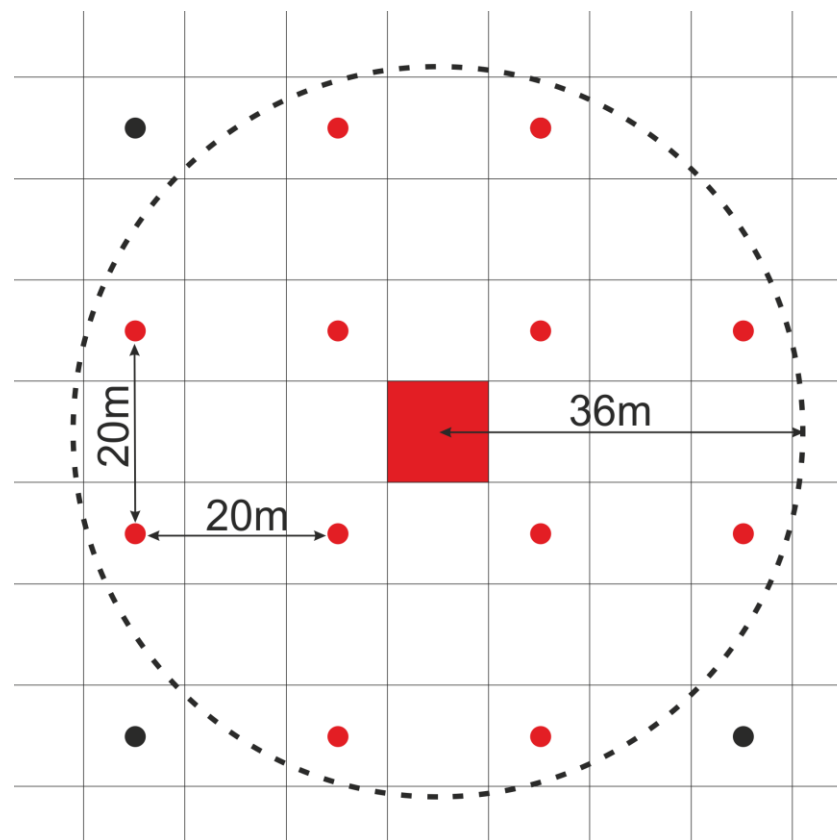
Search Radius Settings

Number of points:	12
Maximum distance:	36

Input barrier polyline features (optional)

OK Cancel Environments... << Hide Help

IDW - obliczenia



punkty bazowe biorące udział w interpolacji

piksel o nieznanej wartości cechy

punkty bazowe

IDW - obliczenia

IDW

Input point features
punkty_NMT_obsz_badań

Z value field
Field3

Output raster
E:\GIS\TUTORIALS\arcgis\NMT Dolinki podkrakowskie\NMT_IDW

Output cell size (optional)
10

Power (optional)
2

Search radius (optional)
Variable

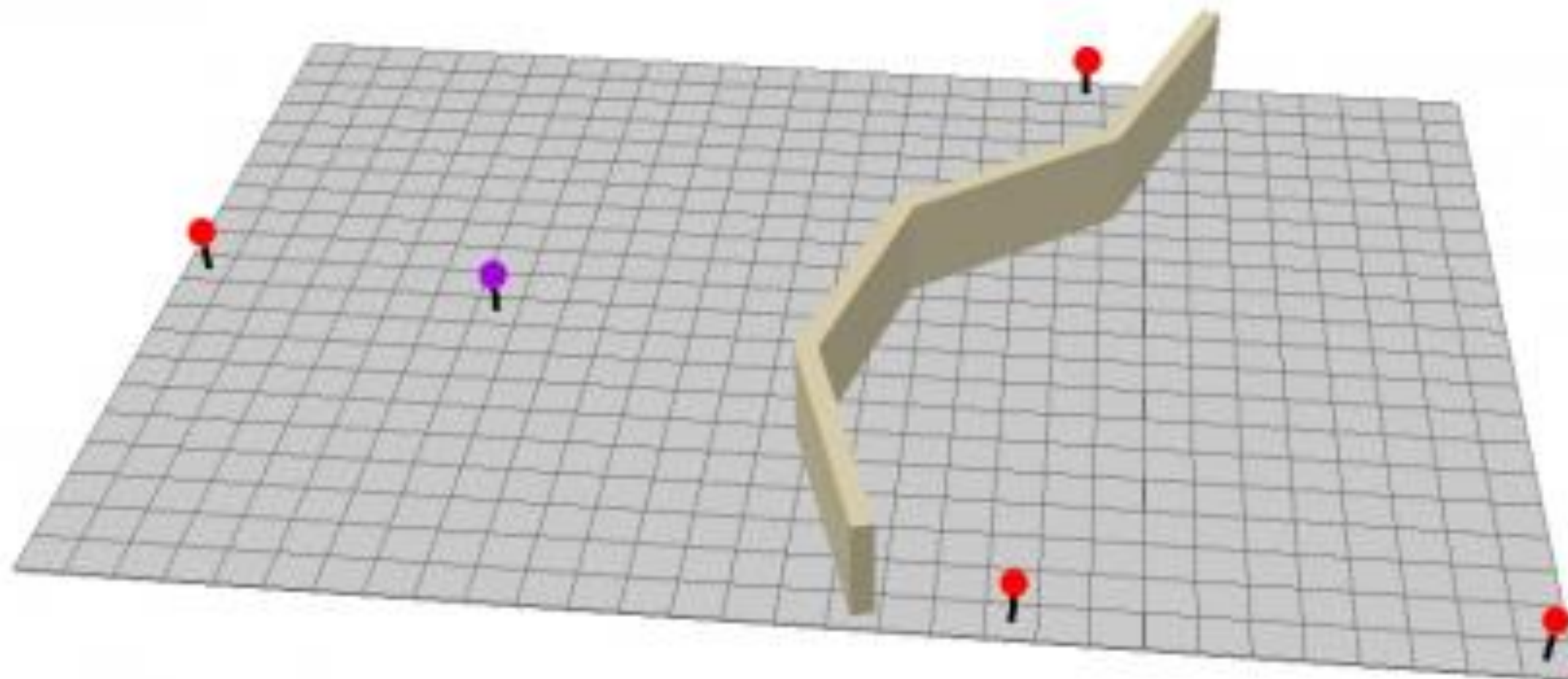
Search Radius Settings

Number of points:	12
Maximum distance:	36

Input barrier polyline features (optional)

OK Cancel Environments... << Hide Help

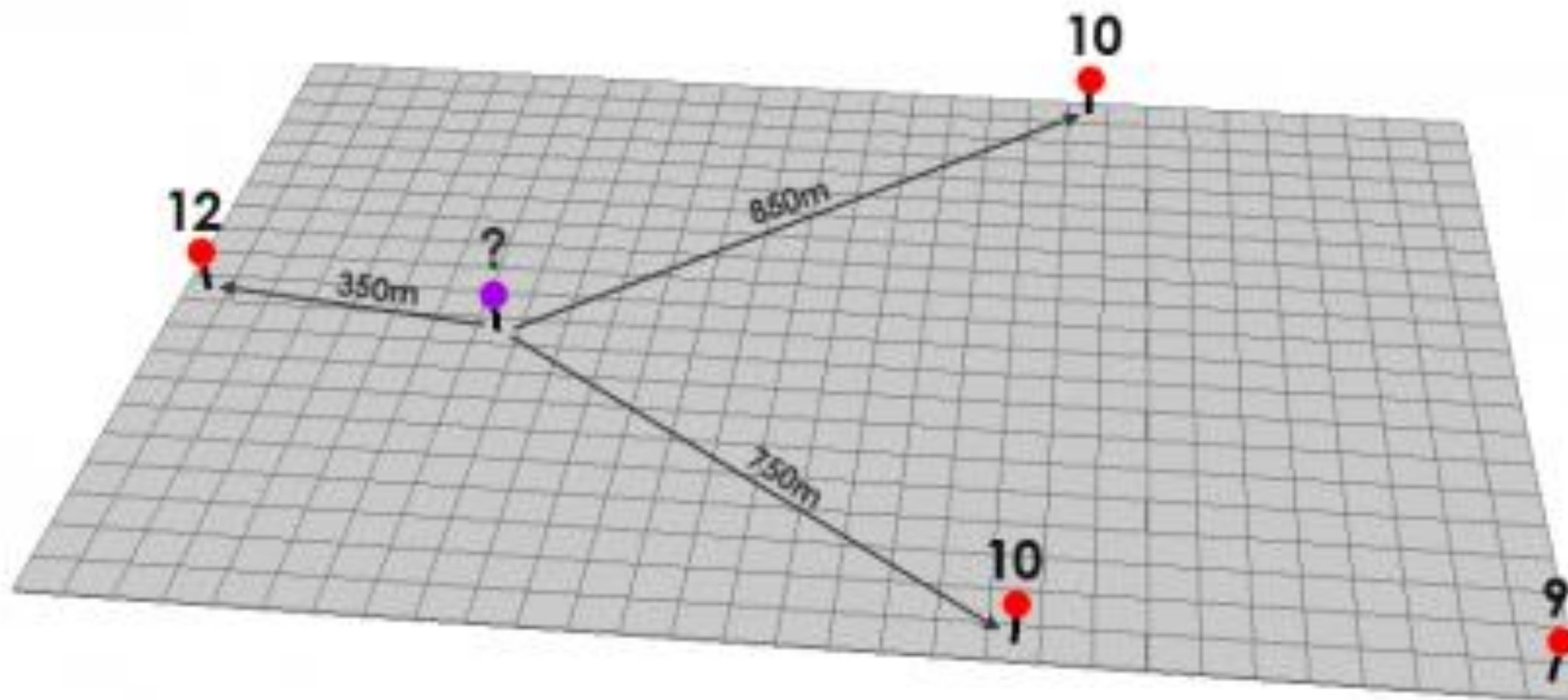
IDW - bariery



IDW - przykład

Odległość [m]
350
750
850

wartość
12
10
10

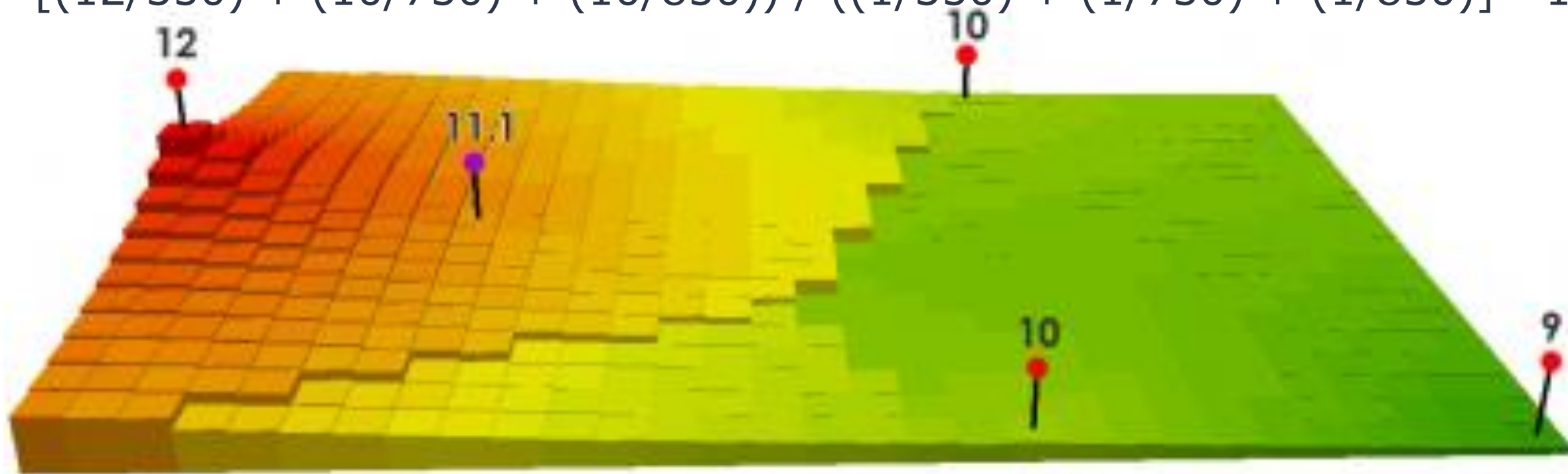
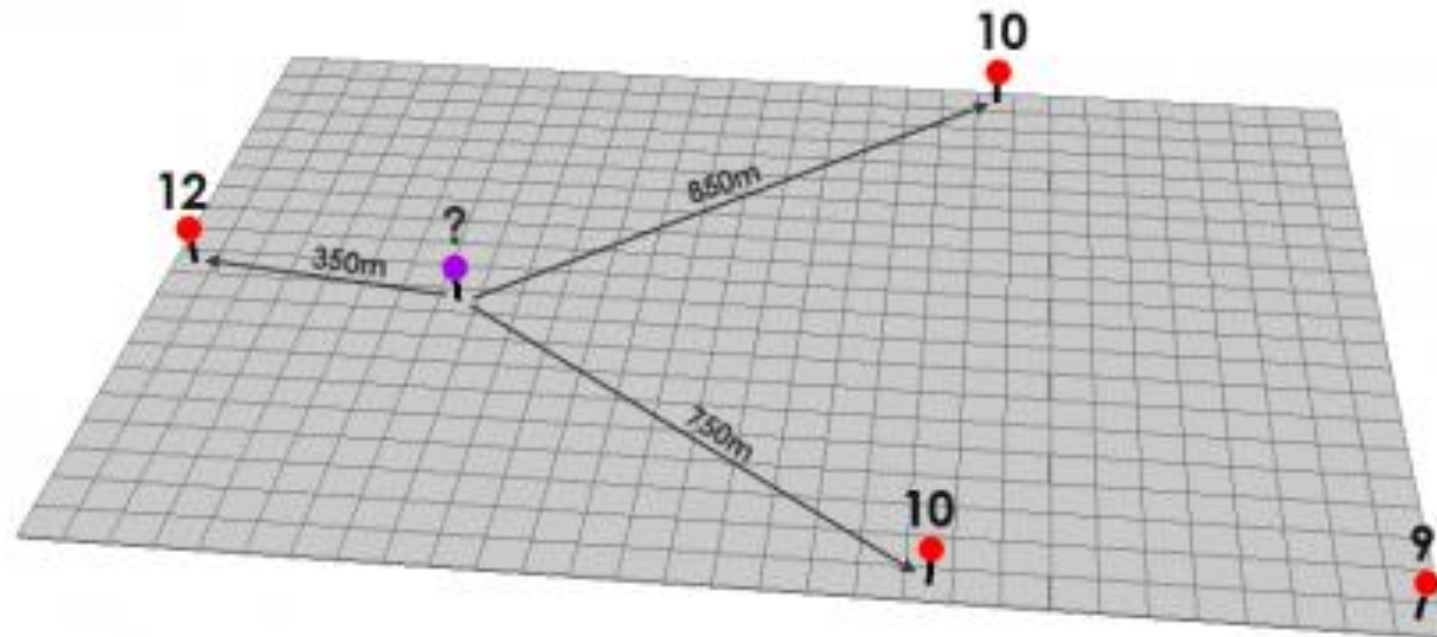


IDW - przykład

$$z_p = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{z_i}{d_i^p} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^p} \right)}$$

Dla IDW ($P = 1$)

$$z_p = [(12/350) + (10/750) + (10/850)] / [(1/350) + (1/750) + (1/850)] = 11,1$$

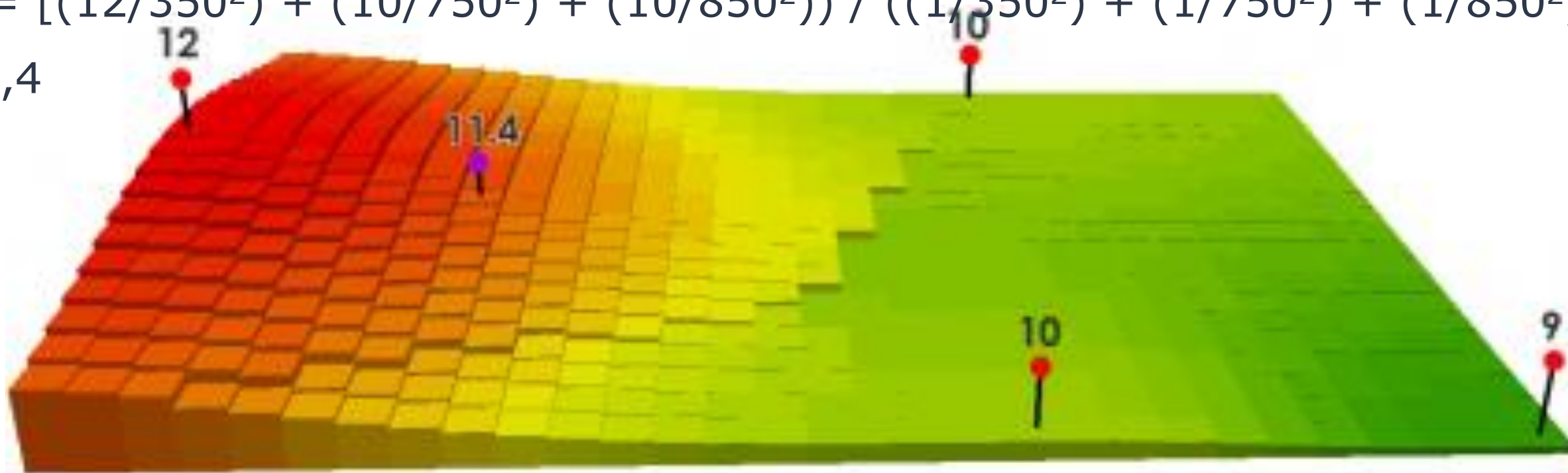
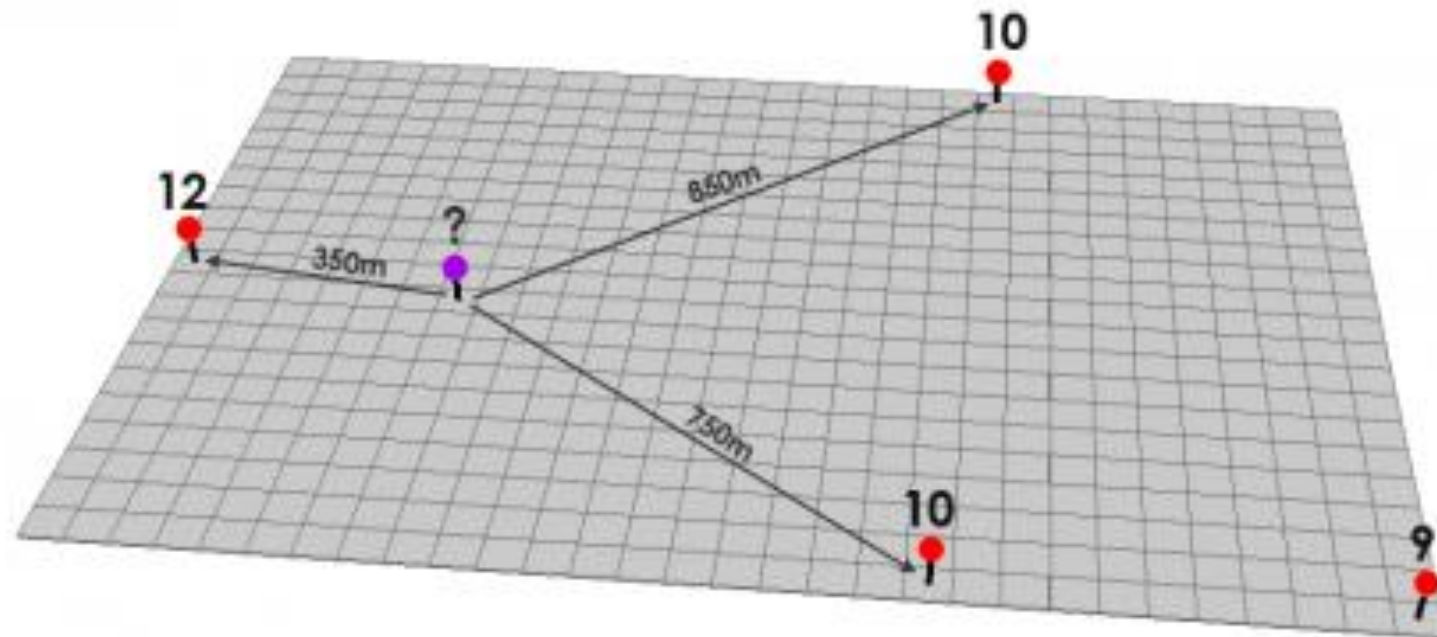


IDW - przykład

$$z_p = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{z_i}{d_i^p} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^p} \right)}$$

Dla I²DW ($P = 2$)

$$z_p = [(12/350^2) + (10/750^2) + (10/850^2)] / [(1/350^2) + (1/750^2) + (1/850^2)] = 11,4$$



Bibliografia

GISGeography, 2021. Inverse Distance Weighting (IDW) Interpolation. URL: <https://gisgeography.com/inverse-distance-weighting-idw-interpolation/>

Hengl T., 2006. Finding the right pixel size. *Computers & Geosciences*, 32, 1283–1298.