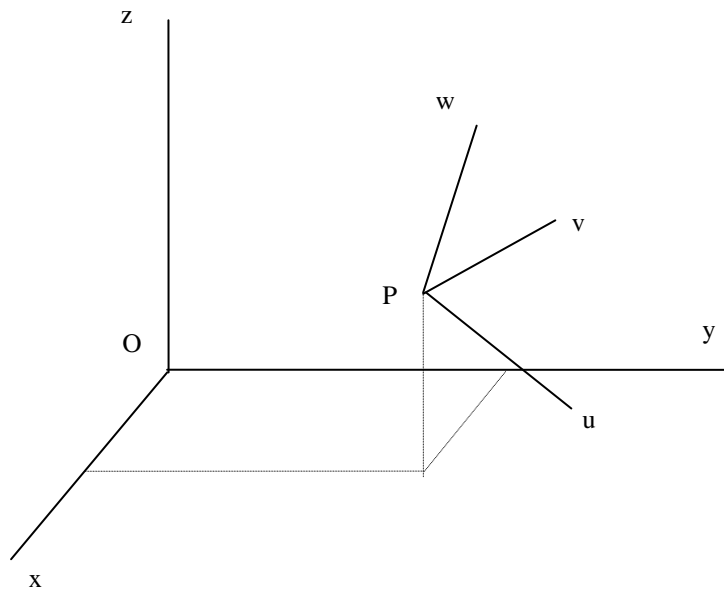


## 1. Parametry i charakterystyki robotów

Charakterystyka przestrzeni roboczej – zasady wyznaczania orientacji chwytaka w przestrzeni roboczej przy wykorzystaniu przekształcenia jednorodnego – kąty Eulera RPY

### 1. Podstawy teoretyczne



Rys. 1. Wzajemne położenie i orientacja układów współrzędnych odniesienia  $Oxyz$  i lokalnego  $Puvw$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & x_p \\ u_y & v_y & w_y & y_p \\ u_z & v_z & w_z & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{i}_x \circ \hat{i}_u & \hat{i}_x \circ \hat{j}_v & \hat{i}_x \circ \hat{k}_w \\ \hat{j}_y \circ \hat{i}_u & \hat{j}_y \circ \hat{j}_v & \hat{j}_y \circ \hat{k}_w \\ \hat{k}_z \circ \hat{i}_u & \hat{k}_z \circ \hat{j}_v & \hat{k}_z \circ \hat{k}_w \end{bmatrix}$$

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A$  opisuje położenie i orientację układu lokalnego  $Puvw$  w układzie odniesienia  $Oxyz$ . Macierz  $R$  jest tzw. macierzą rotacji i opisuje orientację układu lokalnego  $Puvw$  w układzie odniesienia  $Oxyz$ . Wektory:  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  oznaczają wersory układów współrzędnych  $Oxyz$  i  $Puvw$ .

Macierz przekształcenia jednorodnego odpowiadająca obrotom o kąty RPY: przechylenia (ang. Roll) -  $\phi$ , pochylenia (ang. Pitch) -  $\theta$  i skręcenia (ang. Yaw) -  $\psi$  jest postaci:

$$\underline{RPY}(\phi, \theta, \psi) = \underline{Rot}(z, \phi) \underline{Rot}(y, \theta) \underline{Rot}(x, \psi) =$$

$$= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & -S\phi C\psi + C\phi S\theta S\psi & S\phi S\psi + C\phi S\theta C\psi & 0 \\ S\phi C\theta & C\phi C\psi + S\phi S\theta S\psi & -C\phi S\psi + S\phi S\theta C\psi & 0 \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Porównanie wyrazów tej macierzy z ogólną postacią macierzy przekształcenia jednorodnego A:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} N_x & O_x & A_x & P_x \\ N_y & O_y & A_y & P_y \\ N_z & O_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

pozwała znaleźć wartości kątów Eulera RPY wg wzoru:

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{N_y}{N_x}$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{-N_z}{\sqrt{1-N_z^2}}$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{O_z}{A_z}$$

poza przypadkiem gdy:  $N_x=0$  i  $N_y=0$  (oraz  $O_z=0, A_z=0$ ), wtedy występują 2 możliwości:

$$\theta = 90^\circ$$

$$\theta = -90^\circ$$

$$\sin(\psi - \phi) = O_x$$

$$-\sin(\psi + \phi) = O_x$$

$$\cos(\psi - \phi) = O_y$$

$$\cos(\psi + \phi) = O_y$$

$$\psi - \phi = \operatorname{arctg} \frac{O_x}{O_y}$$

$$\psi + \phi = \operatorname{arctg} \frac{-O_x}{O_y}$$

Wykonanie obrotów układu odniesienia względem jego osi kolejno o kąty:  $\psi, \theta, \phi$  pozwala wskazać orientację osi układu reprezentowanego przez przekształcenie RPY( $\phi, \theta, \psi$ ) w układzie odniesienia.

## 2. Uwagi do sporządzenia sprawozdania

W sprawozdaniu z wykonania zadania nr 2 należy zamieścić narysowany układ końcowy z translacją i rotacją na kartce otrzymanej od prowadzącego oraz na osobnej kartce narysowane kolejne przekształcenia układu odniesienia.