Zastosowanie ekstrapolacji Richardsona do całkowania przy użyciu wzorów Simpsona i Milne.

Tomasz Chwiej

30 maja 2017

1 Wstęp

Dana jest funkcja:

$$f(x) = ln(x^3 + 3x^2 + x + 0.1)sin(18x) \tag{1}$$

Należy obliczyć wartość całki:

$$I = \int_0^1 f(x) \quad (= -0.186486896) \tag{2}$$

stosując ekstrapolację Richardsona w połączeniu z wzorami:

- Simpsona

$$S = \sum_{i=0}^{(N/2)-1} \frac{h}{3} \left(f_{2i} + 4f_{2i+1} + f_{2i+2} \right) \tag{3}$$

- Milne

$$S = \sum_{i=0}^{(N/4)-1} \frac{4h}{90} \left(7f_{4i} + 32f_{4i+1} + 12f_{4i+2} + 32f_{4i+3} + 7f_{4i+4} \right) \tag{4}$$

  gdzie: h jest odległością między sąsiednimi węzłami, (N+1) jest liczbą węzłów kwadratury (węzły numerujemy od 0 do N)

2 Zadania do wykonania

Dla każdej z powyższych metod należy napisać funkcję, która będzie wyznaczać wartość całki na podstawie przekazywanych jej: stablicowanych wartości funkcji (tablica jednowymiarowa), wartości h i wartości N. Zaprogramować metodę ekstrapolacji Richardsona. Zadanie należy rozdzielić na dwie części:

1. W pętli obliczamy pierwszą kolumnę tablicy wartości całek $D_{n,0}$ w każdej iteracji posługując się krokiem

   - dla wzoru Simpsona:

   $$h_n = \frac{b-a}{2^{n+1}}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, 8 \quad N = 2^{n+1}, \quad i = 0, 1, \ldots, N \tag{5}$$

   - dla wzoru Milne:

   $$h_n = \frac{b-a}{2^{n+2}}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, 8 \quad N = 2^{n+2}, \quad i = 0, 1, \ldots, N \tag{6}$$

   gdzie: a i b to granice całkowania

2. Na podstawie zajomości pierwszej kolumny i wzoru ekstrapolacyjnego należy wyznaczyć pozostałe elementy tablicy

Obliczenia całki z ekstrapolacją przeprowadzić dla obu wzorów całkowania. Wyniki czyli tablice $D_{n,k}$ zapisać do pliku.
W sprawozdaiu proszę dokonać analizy elementów z pierwszej kolumny i elementów diagonalnych.