

Minimalizacja wartości funkcji metodą złotego podziału

Tomasz Chwiej

15 maja 2019

W metodzie złotego podziału iteracyjnie dzielimy przedział $(x \in [x_a, x_b])$, w którym znajduje się minimum wartości funkcji na trzy części, tj. wyznaczamy dodatkowe dwa punkty wewnątrz przedziału: $x_1 = x_a + \lambda_1(x_b - x_a)$ i $x_2 = x_a + \lambda_2(x_b - x_a)$, gdzie: $\lambda_1 = r^2$, $\lambda_2 = r$, $r = (\sqrt{5} - 1)/2$ i odpowiednio zawężamy przedział. Obliczenia kończymy jeśli zachodzi warunek:

$$|x_1 - x_2| < \varepsilon \quad (1)$$

i przyjmujemy że minimum znajduje się w punkcie:

$$x_{min} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (2)$$

Zadania do wykonania:

1. Zaprogramować metodę złotego podziału do poszukiwania minimum wartości funkcji.
2. Znaleźć minimum wartości funkcji

$$f(x) = \ln(x^5 + 3x^2 + x + 9) \quad (3)$$

przy użyciu swojego programu. Do pliku zapisać proszę numer iteracji, położenie aktualnego przybliżenia minimum oraz moduł różnicy rozwiązania dokładnego ($x_{dok} = -0.1673198$) i aktualnego przybliżenia. Jako krańce przedziału startowego proszę przyjąć: $x_a = -0.5$, $x_b = 1.0$. Do warunku stopu przyjąć wartość parametru $\varepsilon = 10^{-6}$.

3. Powtórzyć całą procedurę poszukiwania minimum $f(x)$ stosując podział na 3 równe odcinki tj. przyjąć $\lambda_1 = 1/3$ i $\lambda_2 = 2/3$.
4. Na jednym rysunku proszę narysować moduł różnicy rozwiązania dokładnego i przybliżonego w funkcji numeru iteracji dla obu powyższych przypadków tj. dla $(\lambda_1, \lambda_2) = (r^2, r)$ i $(\lambda_1, \lambda_2) = (1/3, 2/3)$. Skala y ma być logarytmiczna (w gnuplocie ustawiamy ją komendą "set logscale y").
5. Minimalizację złotego podziału i z podziałem na trzy równe części proszę zastosować do znalezienia minimum funkcji

$$g(x) = x^6 \quad (4)$$

Jako punkty startowe proszę przyjąć: $x_a = -4.0$, $x_b = 1.0$. Do warunku stopu przyjąć $\varepsilon = 10^{-6}$ ($x_{min} = 0$). Jak poprzednio wyprowadzić dane do pliku i sporządzić rysunek modułu różnicy rozwiązania dokładnego i przybliżonego w funkcji numeru iteracji dla złotego podziału i podziału na trzy równe części. Skala y ma być logarytmiczna.