Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy symetrycznej.

Tomasz Chwiej

21 marca 2017

Zadania do wykonania:

1. Zdefiniować macierz symetryczną A o wymiarze $n = 5$, której elementy są dane przepisem:

$$A_{ij} = \sqrt{i+j} \tag{1}$$

   gdzie: $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$.

2. Dokonać redukcji macierzy do postaci trójdiagonalnej ($A- > T$) przy użyciu procedury:

```
tred2(A, n, d,e);
```

   gdzie: A - macierz którą diagonalizujemy, d i e to wektory n-elementowe w których zapisane są składowe diagonali i poddiagonali macierzy wynikowej
   Macierz A przekształciliśmy do postaci iloczynu:

$$T = P^{-1}AP \tag{2}$$

3. Zapisać do pliku tekstowego macierz przekształcenia P (nadpisana macierz A)

4. przy użyciu procedury

```
tqli
```

   znaleźć wartości i wektory własne macierzy trójdiagonalnej T.

$$T \cdot y = \lambda y \tag{3}$$

5. Zapisać do pliku tekstowego wektory własne macierzy T.

6. Chcemy znaleźć wektory własne macierzy A więc musimy przekształcić wektory własne macierzy T (dlaczego?)

$$\begin{aligned} T &= P^{-1}AP & (4)\\ Ty &= \lambda y & (5)\\ P^{-1}APy &= \lambda y \qquad P\cdot / & (6)\\ A(Py) &= \lambda(Py) & (7)\\ Ax &= \lambda x & (8)\\ x &= Py & (9) \end{aligned}$$

   Wektory własne macierzy A zapisać do pliku.

7. Sprawdzić czy rzeczywiście wektory x są wektorami własnymi macierzy A tzn. należy policzyć:

$$\beta_k = \frac{(x_k, Ax_k)}{(x_k, x_k)} \tag{10}$$

gdzie: (x, Ax) jest iloczynem skalarnym A macierzowym, a (x, x) jest iloczynem skalarnym dwóch wektorów w przestrzeni euklidesowej.

8. Zapisać do pliku tekstowego wartości β_k. W sprawozdaniu porównać z wartościami λ_k. Ewentualne różnice skomentować.