

# Poszukiwanie pierwiastków równania nieliniowego metodą siecznych i Newtona.

Tomasz Chwiej

6 kwietnia 2020

## 1 Wprowadzenie

Aby wyznaczyć punkty, w których funkcja nieliniowa  $f(x)$  przyjmuje wartość zero stosujemy metody iteracyjne. W projekcie użyjemy metody siecznych i Newtona. W metodzie siecznych kolejne przybliżenie miejsca zerowego ( $x_{k+1}$ ) wyznaczamy przeprowadzając prostą przez dwa poprzednie przybliżenia ( $x_k$  oraz  $x_{k-1}$ ) co prowadzi do wzoru iteracyjnego (k-numer iteracji)

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k) \cdot (x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \quad (1)$$

W metodzie Newtona wykorzystujemy także pierwszą pochodną funkcji:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (2)$$

Pseudokod dla metody siecznych:

```
inicjalizacja - 2 punkty startowe:  $x_0, x_1$ 
for ( $k = 1$ ;  $k \leq IT\_MAX$ ;  $k++$ ) {
     $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$  <- nowe przybliżenie
     $x_0 = x_1$  <- zachowujemy dwa ostatnie przybliżenia
     $x_1 = x_2$ 
}
```

Pseudokod dla metody Newtona:

```
inicjalizacja - punkt startowy:  $x$ 
for ( $k = 1$ ;  $k \leq IT\_MAX$ ;  $k++$ ) {
     $x = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$  <- nowe przybliżenie
}
```

## 2 Zadania do wykonania

1. Naszym zadaniem jest znalezienie punktów, w których funkcja  $g_1(x) = \sin(x)$  przecina się z  $g_2(x) = x^2/8$ . Ponieważ w tych punktach obie funkcje mają identyczne wartości, więc problem ten możemy zapisać w postaci pojedynczego równania

$$f(x) = \sin(x) - \frac{x^2}{8} = 0 \quad (3)$$

Powyższe równanie z pewnością jest nieliniowe a jego rozwiązanie (przybliżone) można znaleźć numerycznie.

2. Sporządzić wykres trzech funkcji:  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$  oraz  $f(x)$  w zakresie  $x \in [-8, 8]$ . Z wykresu odczytać przybliżone położenia miejsc zerowych - zawężając przedział do miejsca zerowego można je zlokalizować z lepszym przybliżeniem.
3. Napisać procedury do wyznaczania wartości funkcji  $f(x)$  oraz jej pochodnej  $f'(x)$ . Zaimplementować metodę siecznych i Newtona.
4. Wyznaczyć kolejne 10 przybliżeń miejsca zerowego funkcji metodą Newtona startując od  $x = -8$ , do pliku zapisać: numer iteracji, wartość przybliżenia ( $x_k$ ), wartość funkcji  $f(x_k)$ , wartość pochodnej  $f'(x_k)$ . Obliczenia powtórzyć dla punktu startowego  $x = 8$  - znajdziemy drugie miejsce zerowe, wyniki zapisać do pliku .
5. Wyznaczyć kolejne 15 przybliżeń miejsca zerowego funkcji metodą siecznych, jako dwa punkty startowe przyjąć:  $x_0 = -8$  i  $x_1 = -8.1$ , do pliku zapisać: numer iteracji, wartość aktualnego przybliżenia ( $x_{k+1}$ ), wartości funkcji dla dwóch poprzednich przybliżeń tj.  $f(x_k)$  i  $f(x_{k-1})$ . Obliczenia powtórzyć dla drugiego zestawu startowego:  $x_0 = 8$  i  $x_1 = 8.1$  - to pozwoli znaleźć drugie miejsce zerowe, wyniki zapisać do pliku.
6. W sprawozdaniu proszę zamieścić wykres trzech funkcji oraz wyniki w formie tabelarycznej (10 przybliżeń dla Netowa, 15 przybliżeń dla siecznych - dla obu miejsc zerowych, czyli 4 tabelki). Przeanalizować wyniki i odpowiedzieć na pytania:
  - jaki warunek STOP-u można przyjąć?
  - czy kolejne przybliżenia zbiegają się monotonicznie do rozwiązania dokładnego czy też pojawiają się oscylacje? jeśli tak - dlaczego (przeanalizuj pochodną funkcji  $f(x)$  na rysunku)
  - czy wyniki wskazują że któraś z metod może być niestabilna? jeśli tak to co jest przyczyną niestabilności? jak można zabezpieczyć się w prosty sposób przed ewentualną niestabilnością?
  - która metoda jest szybsza? tzn. szybciej zbiega się do rozwiązania dokładnego?