Wyznaczanie pierwiastków równania nieliniowego metodami siecznych i Newtona. Badanie szybkości zbieżności metody.

Tomasz Chwiej

4 kwietnia 2017

Naszym zadaniem jest wyznaczenie położenia pierwiastków równania nieliniowego. Niezależnie od wybranej metody, jeśli błąd bezwzględny w k+1 iteracji zdefiniujemy jako $\varepsilon_{k+1} = |x_{k+1} - x_d|$, gdzie: x_{k+1} jest aktualnym przybliżeniem, a x_d dokładnym położeniem pierwiastka równania to wówczas zbieżność metody określamy jako:

$$\frac{\varepsilon_{k+1}}{\varepsilon_k^p} = C \tag{1}$$

gdzie: C jest pewną stałą, a p parametrem zbieżności. Powyższą zależność możemy zapisać dla poprzedniej iteracji $\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k-1}^p} = C$. Dzieląc oba równania przez siebie, możemy wyrugować nieznaną stałą C i spróbować określić parametr zbieżności p:

$$\frac{\varepsilon_{k+1}}{\varepsilon_k}\left(\frac{\varepsilon_{k-1}}{\varepsilon_k}\right)^p = 1 \tag{2}$$

$$ln\left(\frac{\varepsilon_{k-1}}{\varepsilon_k}\right)^p = ln\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k+1}} \tag{3}$$

$$p = \frac{ln\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k+1}}}{ln\frac{\varepsilon_{k-1}}{\varepsilon_k}} \tag{4}$$

Określimy wartość tego parametru dla metody siecznych i metody Newtona na kilku przykładach. Zadania do wykonania:

1. Zaprogramować metodę siecznych i metodę Newtona w podwójnej precyzji

2. Znaleźć pierwiastek równania $f(x) = (ln(x) - x)^6 - 1$ przy użyciu obu metod (rozwiązanie dokładne: $x_d = 1.0$). Jako punkt startowy użyć: $x_0 = 3.0$ dla m. Newtona, oraz $x_0 = 3.0$ i $x_{-1} = 3.01$ w metodzie siecznych (dwa punkty startowe). Znaleźć kolenych 20 przybliżeń pierwiastka. Zapisać do pliku następujące informacje (dla każdej iteracji): numer iteracji i, $f(x_i)$, x_i, ε_i, p_i. **Uwaga: wartości $f(x_i)$, x_i, ε_i proszę zapisać z dokładnością do 15 miejsc znaczących (np. $\%25.15f$)**

3. Znaleźć pierwiastek równania $g(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ przy użyciu obu metod (przyjąć jako rozwiązanie dokłądne: $x_d = -3.284277537306950$). Jako punkt startowy użyć: $x_0 = -20.0$ dla m. Newtona, oraz $x_0 = -20.0$ i $x_{-1} = -20.1$ w metodzie siecznych (dwa punkty startowe). Do pliku zapisać dane jak w poprzednim punkcie dla kolejnych 20 przybliżeń.

4. W sprawozdaniu należy: a) narysować wykresy funkcji f(x) i g(x) oraz ich pierwszych pochodnych, b) zamieścić tabelki z danymi, c) sporządzić wykresy $p = f(numer\_iteracji)$ (ustawić zakres osi p od 0 do 2.5), d) przeanalizować uzyskane dane, e) czy rozwiązania są zbieżne? oraz jaki warunek zakończenia obliczeń należy przyjąć?