Poszukiwanie zer wielomianów metodą iterowanego dzielenia (metoda siecznych).

Tomasz Chwiej

28 października 2015

1 Postawienie problemu

Dany jest wielomian, którego zera chcemy znaleźć:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0 = 0 \tag{1}$$

Jeśli podzielimy wielomian przez wyraz $(x - x_j)$ to otrzymamy:

$$f(x) = (x - x_j)(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \ldots + b_0) + R_j \tag{2}$$

Współczynniki nowego wielomianu $(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \ldots + b_0)$ wyznaczamy rekurencyjnie:

$$b_n = 0 \tag{3}$$

$$b_k = a_{k+1} + x_j b_{k+1}, \ k = n-1, n-2, \ldots, 0 \tag{4}$$

$$R_j = a_0 + x_j b_0 \tag{5}$$

W metodzie siecznych, znając dwa początkowe przybliżenia x_{j-1} i x_j oraz reszty R_{j-1} i R_j możemy iteracyjnie poszukiwać zera wielomianu według przepisu iteracyjnego:

$$x_{j+1} = x_j - \frac{R_j (x_j - x_{j-1})}{R_j - R_{j-1}} \tag{6}$$

2 Pseudokod

Proces wyznaczania zer wielomaniu można zilustrować przy pomocy poniższego pseudokodu:

```
ustalamy stopien wielomianu: N
inicjalizacja wektora danych: a[i]=...., dla  i=0,1,...,N

petla po kolejnych zerach wielomianu
for(L=1; L<=N; L++){

   ustalamy aktualny stopien wielomanu:    n=N-L+1
   inicjalizacja wzoru iteracyjnego: x0,x1,R0,R1

    for(it=1; it<=IT_MAX; it++){
         x2=x1-R1(x1-x0)/(R1-R0)
         wyznaczamy: R2=...
         zachowujemy dane do kolejnej iteracji:
              R0=R1
```

```
            R1=R2
            x0=x1
            x1=x2
            zapisujemy do pliku: L, it, x2, R2
            warunek wczesniejszego opuszczenia petli: |x1-x0| <1.0E-7
    }
  usuwamy znalezione zero z wielomianu:
  for(i=0; i<=(n-1); i++)a[i]=b[i]
}
```

3 Zadania do wykonania

1. Napisać funkcję obliczającą wartość R_j (R2 w pseudokodzie) dla podanej wartości x_j (x2 w pseudokodzie). Argumentami funkcji mają być: i) wektor zawierający współczynniki aktualnego wielomianu (float a[N+1]), ii) wektor zawierający współczynniki wielomianu o stopień niższego (float b[N+1]), iii) stopień wielomianu (n) i iv) wartość x_{j+1} (x2 w kodzie) dla którego funkcja ma zwracać wartość R_j (R2 w kodzie). Czyli:

   ```
   Rj=licz_r(a,b,n,xj)
   ```

2. Zaprogramować metodę iterowanego dzielenia do poszukiwania zer wielomianu

3. Znaleźć wszystkie zera wielomianu: $f(x) = x^5 + 14x^4 + 33x^3 - 92x^2 - 196x + 240$. Jako wartości startowe x_0 i x_1 proszę dla każdego poszukiwanego zera przyjąć: $x_0 = 0$ i $x_1 = 0.1$. Wartość $IT_{MAX} = 30$. W każdej iteracji do pliku należy zapisać: numer zera, numer iteracji, wartość przybliżenia x_j oraz wartość reszty z dzielenia R_j.

Uwaga: zera wielomianu to $1,\ 2,\ -3,\ -4,\ -10$.