1. Rozwiąż układy równań metodą Gaussa:

$$a) \left\{\begin{array}{rrrrrl} x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +4x_4 & +5x_5 & = 13 \\ 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & +3x_4 & +4x_5 & = 10 \\ 2x_1 & +2x_2 & +x_3 & +2x_4 & +3x_5 & = 11 \\ 2x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +x_4 & +2x_5 & = 6 \\ 2x_1 & +2x_2 & +2x_3 & +2x_4 & +x_5 & = 3 \end{array}\right., \quad b) \left\{\begin{array}{rrrrrl} x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & +x_5 & = 8 \\ x_1 & -x_2 & -x_3 & +x_4 & +x_5 & = 0 \\ 2x_1 & -x_2 & +2x_3 & -x_4 & +2x_5 & = 7 \\ x_1 & -4x_2 & +x_3 & -2x_4 & -x_5 & = -9 \\ -x_1 & +x_2 & -x_3 & +x_4 & -x_5 & = -2 \end{array}\right.,$$

$$c) \left\{\begin{array}{rrrrrl} x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & +x_5 & = 8 \\ x_1 & -x_2 & -x_3 & +x_4 & +x_5 & = 0 \\ 2x_1 & -x_2 & +2x_3 & -x_4 & +2x_5 & = 7 \\ x_1 & -4x_2 & +x_3 & -2x_4 & -x_5 & = -9 \\ -x_1 & +x_2 & -x_3 & +x_4 & -x_5 & = -1 \end{array}\right.$$

2. Rozwiąż układy równań:

$$a) \left\{\begin{array}{rrrrl} 2x_1 & +7x_2 & +3x_3 & +x_4 & = 6 \\ 3x_1 & +5x_2 & +2x_3 & +2x_4 & = 4 \\ 9x_1 & +4x_2 & +x_3 & +7x_4 & = 2 \end{array}\right., \quad b) \left\{\begin{array}{rrrl} -2x_1 & +x_2 & -2x_3 & = 0 \\ x_1 & +2x_2 & -x_3 & = -2 \\ 2x_1 & +x_2 & -x_3 & = 1 \\ x_1 & +4x_2 & -4x_3 & = -1 \end{array}\right.,$$

$$c) \left\{\begin{array}{rrrl} 2x_1 & +x_2 & -x_3 & = 1 \\ x_1 & & +x_3 & = 1 \\ 3x_1 & +x_2 & & = 3 \end{array}\right.$$

3. Dla jakich wartości parametrów k i l układ ma niezerowe rozwiązanie?

$$\left\{\begin{array}{rrrl} kx_1 & +x_2 & +x_3 & = 0 \\ x_1 & +lx_2 & +x_3 & = 0 \\ x_1 & +2lx_2 & +x_3 & = 0 \end{array}\right.$$

4. Dla jakich wartości parametrów k i l zbiór rozwiązań układu jest jednoelementowy, nieskończony, pusty?

$$\left\{\begin{array}{rrrl} 3x_1 & -2x_2 & +x_3 & = k \\ 5x_1 & -8x_2 & +9x_3 & = 3 \\ 2x_1 & +x_2 & +lx_3 & = -1 \end{array}\right.$$

5. W zależności od parametru k rozwiąż układ równań:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & ky & - & z & = & 1 \\ 2x & - & y & + & kz & = & 0 \\ x & + & 10y & - & 6z & = & k \end{array}\right.$$

6. Zbadaj w zależności od parametru k liczbę rozwiązań układu równań. Dla tych k, dla których ma on dokładnie jedno rozwiązanie, wyznacz je stosując wzory Cramera:

$$\left\{\begin{array}{rrrl} k^2x_1 & +2x_2 & +kx_3 & = 2k \\ x_1 & +(k-1)x_2 & +kx_3 & = 0 \\ kx_1 & +x_2 & +x_3 & = k \end{array}\right.$$

7. Zbadaj w zależności od parametru k liczbę rozwiązań układu równań:

$$\begin{cases} 2x_1 & +kx_2 & +2x_3 & & +2x_5 & = -2 \\ 2x_1 & +kx_2 & +2x_3 & & +kx_5 & = 0 \\ -2x_1 & -kx_2 & -3x_3 & +kx_4 & -2x_5 & = 3 \\ -4x_1 & -(1+k)x_2 & -x_3 & -3x_4 & -2x_5 & = -3 \end{cases}$$

W przypadku, gdy układ ma nieskończenie wiele rozwiązań zależnych od 2 parametrów, wyznacz zbiór tych rozwiązań stosując metodę Gaussa.