

1. Oblicz objętość oraz wysokość poprowadzoną z wierzchołka  $B$  czworościanu o wierzchołkach  $A = (1, 3, 2)$ ,  $B = (0, -1, 3)$ ,  $C = (3, 2, 1)$ ,  $D = (-2, 1, 6)$ .
2. Wykaż, że proste  $l_1 : \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$   
oraz  $l_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$ ,  $t \in \mathbb{R}$  są prostopadłe.
3. Czy istnieje wartość parametru  $a$ , dla której płaszczyzna  $2x + ay - z + 4 = 0$  jest prostopadła do prostej  $(x, y, z) = (2, 1, -1) + t[3, -1, 2]$ ?
4. Napisz równanie płaszczyzny, w której leżą, a proste  $l_1 : x = y = z$  i  $l_2 : 2x = y = -z$ .
5. Wyznacz wzajemne położenie płaszczyzn  $x + 2y - z = 2$ ,  $-2x - 3y + 3z = -5$ ,  $x + 5y + 2z = -1$ .
6. Wyznacz wzajemne położenie prostych:
  - (a)  $(x, y, z) = (2, 3, 4) + t[1, 2, 4]$  i  $(x, y, z) = (1, 5, 2) + t[3, -1, 0]$ ,
  - (b)  $(x, y, z) = (1, 0, 0) + t[1, 0, 2]$  i  $(x, y, z) = (1, 1, 1) + t[2, 0, 4]$ ,
  - (c)  $(x, y, z) = (1, -1, 1) + t[2, 1, 3]$  i  $(x, y, z) = (7, 2, 9) + t[6, 3, 9]$ ,
  - (d)  $(x, y, z) = (1, 2, 3) + t[1, 3, -1]$  i  $(x, y, z) = (3, 8, 1) + t[2, 1, 0]$ .

Jeżeli proste się przecinają znajdź punkt przecięcia i płaszczyznę zawierającą te proste; jeżeli są równoległe, znajdź płaszczyznę do której należą; jeżeli są skośne, znajdź równania płaszczyzn równoległych, z których każda zawiera jedną prostą.

7. Sprawdź, że proste  $l_1 : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t[-3, -6, -5]$  oraz  $l_2 : (x, y, z) = (2, -1, 4) + t[1, 2, 2]$  są prostymi skośnymi oraz wyznacz odległość między nimi.
8. Oblicz odległość punktu  $P = (1, 2, -3)$  od prostej  $l : \begin{cases} x = 9 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$   
 $t \in \mathbb{R}$ .
9. Wyznacz rzut prostokątny punktu  $P = (0, 0, 1)$  na płaszczyznę  $\pi : x + y - 2z + 4 = 0$ .

- 
10. Wyznacz rzut prostokątny punktu  $P = (1, -2, 1)$  na prostą  $l : (x, y, z) = (-1, -8, 2) + t[1, -1, 2]$ .
  11. Znajdź rzut prostej  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$  na płaszczyznę  $3x + y - 2z + 21 = 0$ .
  12. Znajdź odległość punktu  $(1, 2, 3)$  od prostej  $l : (x, y, z) = (2, 2, 4) + t[1, 2, 2]$ .
  13. Znajdź punkt  $B$  symetryczny do punktu  $A = (2, -1, 3)$  względem prostej  $l : (x, y, z) = (0, -7, 2) + t[3, 5, 2]$ .